



## Béton Armé à l'Eurocode 2

Stéphane Multon

### ► To cite this version:

| Stéphane Multon. Béton Armé à l'Eurocode 2. Master. France. 2018. cel-02155301v1

**HAL Id: cel-02155301**

**<https://hal.insa-toulouse.fr/cel-02155301v1>**

Submitted on 13 Jun 2019 (v1), last revised 22 Feb 2023 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **BETON ARME**

## **Eurocode 2**

**S. Multon**

*Centre Génie Civil*

*INSA - Université Paul Sabatier - Toulouse - France*

*135, Avenue de Rangueil 31077 Toulouse Cedex 4 France*

### **PLAN**

1. Généralités et principe des vérifications
2. Association Acier - Béton
3. Traction Simple
4. Compression Simple
5. Flexion Simple
6. Effort tranchant
7. Poutres en T
8. Poutres continues
9. Dalles
10. Méthodes des bielles et des tirants (semelle superficielle, poutre voile, console...)
11. Flexion Composée
12. Flèche

## Bibliographie

- Théorie et pratique du béton armé aux états limites , M. Albigès et M. Mingasson, Eyrolles.
- Pratique du BAEL 91, J. Perchat, J. Roux, Ed. Eyrolles
- Précis : Structures de Génie-Civil (projets, dimensionnements, normalisation), D. Didier, M. Le Brazidec, P. Nataf, R. Pralat, G. Simon, J. Thiesset, Ed. Nathan.
- Béton Armé : Guide de calcul, H. Renaud, J. Lamirault, Ed. Foucher.
- Béton Armé, J-P. Mougin, Eyrolles.
- Béton armé aux états limites selon l'additif du BAEL 91, J. Ouin, EL Educative.
  
- Cours de Béton Armé de B. Capra, université de Marne la Vallée,
- Cours de J-L. Clément, ENS de Cachan,
- Cours du CNAM de M. Lorrain et D. Morin.

## Bibliographie

- Béton armé – BAEL et Eurocode 2., J. Perchat, Techniques de l'Ingénieur.
- Pratique de l'Eurocode 2, J. Roux, Eyrolles
- Maîtrise de l'Eurocode 2, J. Roux, Eyrolles
- Béton armé – Théorie et applications selon l'Eurocode 2, J-L. Granju, Eyrolles
- Calcul des structures en béton, Eurocode 2, J-M. Paillé, Eyrolles
- Applications de l'Eurocode 2 : calcul des bâtiments en béton, J-A. Calgaro, J. Cortade, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées.
- Construction et calculs des structures de bâtiment, Tomes 3 et 7, H. Thonier, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées.
- Dimensionnement des constructions selon l'Eurocode 2 à l'aide des modèles Bielles et Tirants, J-L. Bosc, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées.
  
- Travail de fin d'étude ESTP : Document d'application pratique de l'Eurocode 2, A. Delafond, Tuteur : J-L. Sellier (SOCOTEC)

# **EUROCODE 2**

## **Généralités et principe des vérifications**

Juin 2012

Béton Armé - S. Multon

5

### **PLAN**

1. Présentation des Eurocodes
2. Principe des justifications
3. Actions et sollicitations
4. Matériaux
5. Hypothèses de calcul ELU-ELS
6. Classes d'exposition et enrobage

6

# 1. Les Eurocodes

## Objectifs :

- favoriser le développement du marché unique européen pour les produits et les services d'ingénierie (suppression des obstacles dus à des pratiques nationales codifiées différentes)
- améliorer la compétitivité de l'industrie européenne

7

# 1. Les Eurocodes

## 10 textes :

- EN 1990 : Bases de calcul des structures**
- EN 1991 : Actions sur les structures (EC1)**
- EN 1992 : Structures en béton (EC2)**
- EN 1993 : Structures en acier (EC3)**
- EN 1994 : Structures mixtes acier-béton (EC4)**
- EN 1995 : Structures en bois (EC5)**
- EN 1996 : Structures en maçonnerie (EC6)**
- EN 1997 : Calcul géotechnique (EC7)**
- EN 1998 : Résistance au séisme (EC8)**
- EN 1999 : Structures en aluminium (EC9)**

8

## 2. Principe des justifications

- Calcul aux États Limites (EL)
- État Limite : État d'une structure au-delà duquel sa fonction n'est plus remplie.
- 2 types :
  - État Limite de Service (ELS)**
  - État Limite Ultime (ELU)**

9

## 2. Principe des justifications

- **ELS : liés aux conditions normales d'exploitation, et de durabilité en service**
    - **Déformations**
    - **Vibrations**
    - **Fissuration (corrosion)**
- Critères de calcul :  
 Vérification de **contraintes admissibles et d'ouverture de fissures**  
 Comportement linéaire des matériaux (élasticité) avec des charges non pondérées

10

## 2. Principe des justifications

- **ELU : Capacité portante, sécurité des biens et des personnes**

- Perte d'équilibre statique
  - Rupture des sections
  - Instabilité de formes
- Critères de calcul :  
Vérification de **déformations admissibles**

Comportement non linéaire  
des matériaux avec des  
charges pondérées

11

## 2. Principe des justifications

- **Paramètres influençant la sécurité :**
  - matériaux : incertitude sur la valeur des résistances (hétérogénéité, dispersion...)
  - charges : valeurs des actions s'exerçant sur l'ouvrage, simultanéité des différentes actions.
  - modèles de calcul : calcul RdM en élasticité

=> comportement réel différent  
du comportement modélisé



**Méthode de calcul (aux EL) semi-probabiliste  
avec coefficients partiels de sécurité**

12

## 2. Principe des justifications

- **Actions  $F$**

$F$  : Action appliquée à la structure

- **actions permanentes** représentées par une valeur caractéristique  $G_k$  (variabilité souvent faible → représentation par valeur moyenne)

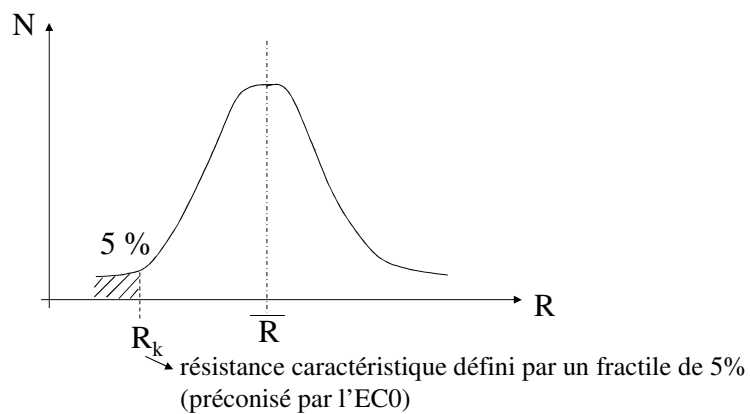
- **actions variables**  $Q_k$  représentées par une des 3 valeurs représentatives : la valeur de combinaison :  $\psi_0 Q_k$ , la valeur fréquente  $\psi_1 Q_k$  et la valeur quasi fréquente  $\psi_2 Q_k$

13

## 2. Principe des justifications

- **Résistances**

$R$  : Résistances des matériaux ( $f_e, f_{cj}, f_{tj}$ )



14



## 2. Principe des justifications

- **Valeurs de calcul**

Valeur de calcul des actions :  $F_d = \gamma_F F_k$

Valeur de calcul des résistances :  $R_d = R_k / \gamma_R$

15

## 2. Principe des justifications

- **Vérifications** : la valeur de calcul de l'effet des actions doit être inférieure à la valeur de calcul de la résistance correspondante

$$E_d(\gamma_i \psi_i F_i) \leq R_d \left( \frac{f_e}{\gamma_s}, \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, \frac{f_{tj}}{\gamma_b} \right)$$

16

### 3. Actions

#### Définitions des actions dans les bâtiments → EN 1991

##### – Partie 1

Partie 1-1 : actions permanentes **G**, exploitation **Q**

Partie 1-2 : actions sur les structures exposées au feu

Partie 1-3 : charges de neige

Partie 1-4 : actions du vent

Partie 1-5 : actions thermiques

Partie 1-6 : actions en cours de construction

Partie 1-7 : actions accidentelles

17

### 3. Actions

**Actions permanentes G (NF-EN 1991-1-1) :** intensités faiblement variables (poids propre, poids des superstructures, poussée des terres...) → **Annexe A – EC1-1**.

Tableau A.1 — Matériaux de construction — Béton et mortier

| Matériaux                                                                                                                       | Poids volumique<br>$\gamma$<br>[kNm <sup>-3</sup> ] |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <b>Béton</b> (voir EN 206)                                                                                                      |                                                     |
| béton léger                                                                                                                     |                                                     |
| classe de masse volumique LC 1,0                                                                                                | 9,0 à 10,0 <sup>1) 2)</sup>                         |
| classe de masse volumique LC 1,2                                                                                                | 10,0 à 12,0 <sup>1) 2)</sup>                        |
| classe de masse volumique LC 1,4                                                                                                | 12,0 à 14,0 <sup>1) 2)</sup>                        |
| classe de masse volumique LC 1,6                                                                                                | 14,0 à 16,0 <sup>1) 2)</sup>                        |
| classe de masse volumique LC 1,8                                                                                                | 16,0 à 18,0 <sup>1) 2)</sup>                        |
| classe de masse volumique LC 2,0                                                                                                | 18,0 à 20,0 <sup>1) 2)</sup>                        |
| béton de poids normal                                                                                                           | 24,0 <sup>1) 2)</sup>                               |
| béton lourd                                                                                                                     | > 21 <sup>2)</sup>                                  |
| <b>Mortier</b>                                                                                                                  |                                                     |
| mortier de ciment                                                                                                               | 19,0 à 23,0                                         |
| mortier de plâtre                                                                                                               | 12,0 à 18,0                                         |
| mortier de chaux et de ciment                                                                                                   | 18,0 à 20,0                                         |
| mortier de chaux                                                                                                                | 12,0 à 18,0                                         |
| <sup>1)</sup> Augmenter de 1 kNm <sup>-3</sup> dans le cas d'un taux d'armatures de béton armé ou de béton précontraint normal. |                                                     |
| <sup>2)</sup> Augmenter de 1 kNm <sup>-3</sup> dans le cas de béton non durci.                                                  |                                                     |
| NOTE: Voir section 4.                                                                                                           |                                                     |

18

### 3. Actions

**Charges d'exploitation des bâtiments Q (NF-EN 1991-1-1, 6.3) :** prend en compte l'usage normal, des objets mobiles, des véhicules, des événements rares prévus (concentration de personnes, empilage de mobilier...)

Les surfaces chargées doivent être calculées en utilisant les valeurs caractéristiques  $q_k$  (charge uniformément répartie) et  $Q_k$  (charge concentrée).

La charge concentrée  $Q_k$  doit être considérée comme agissant en un point quelconque du plancher, du balcon ou des escaliers, sur une surface de forme adaptée (valeur recommandée : aire carrée de 50 mm de côté), en fonction de l'usage et du type de plancher et généralement non cumulable avec la charge répartie.

19

### 3. Actions

**Charges courantes pour les planchers, aires de stockage et aires de circulation, en fonction de différentes catégories :**

| Nature des locaux |    | Catégorie de la surface                               | $q_k$ (kN/m <sup>2</sup> ) | $Q_k$ (kN) |
|-------------------|----|-------------------------------------------------------|----------------------------|------------|
| Habitation        | A  | Planchers                                             | 1,5                        | 2          |
|                   |    | Escaliers                                             | 2,5                        | 2          |
|                   |    | Balcons                                               | 3,5                        | 2          |
| Bureaux           | B  |                                                       | 2,5                        | 4          |
| Lieux de réunion  | C1 | Espaces avec tables (écoles, cafés...)                | 2,5                        | 3          |
|                   | C2 | Espaces avec sièges fixes                             | 4                          | 4          |
|                   | C3 | Espaces sans obstacles à la circulation des personnes | 4                          | 4          |
|                   | C4 | Espaces avec activités physiques                      | 5                          | 7          |
|                   | C5 | Espaces avec foules importantes                       | 5                          | 4,5        |
| Commerces         | D1 | Commerces de détail                                   | 5                          | 5          |
|                   | D2 | Grands magasins                                       | 5                          | 7          |

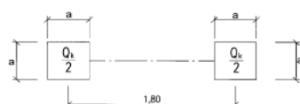
→ cf. EC1-1 article 6.3 et AN pour compléments

20

### 3. Actions

#### aires de stockage (E) et garage (F et G)

| Nature                                                                | Catégorie de la surface | $q_k$<br>(kN/m <sup>2</sup> )                                                              | $Q_k$<br>(kN) |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Aire de stockage                                                      | E1                      | Surfaces susceptibles de recevoir une accumulation de marchandise, y compris aires d'accès | 7,5<br>7      |
| Aire de circulation et de stationnement pour véhicules légers         | F                       | PTAC < 30 kN, nb de places assises < 8                                                     | 2,25<br>15    |
| Aire de circulation et de stationnement pour véhicules de poids moyen | G                       | 30 kN < PTAC < 160 kN à 2 essieux                                                          | 5<br>90       |



NOTE Pour la catégorie F (voir Tableau 6.6), le côté du carré est égal à 100 mm ; pour la catégorie G (voir Tableau 6.8), il est égal à 200 mm.

Figure 6.2 — Caractéristiques de la charge d'essieu

21

### 3. Actions

#### Sur les toitures

| Nature                                                             | Catégorie de la surface | $q_k$<br>(kN/m <sup>2</sup> )                   | $Q_k$<br>(kN) |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------|---------------|
| Toitures inaccessibles sauf pour entretien de réparations courants | H                       | Toitures de pente < 15% recevant une étanchéité | 0,8<br>1,5    |
|                                                                    |                         | Autres                                          | 0<br>1,5      |
| Toitures accessibles pour les usages A à D                         | I                       | Valeurs en fonction de leur usage               |               |
| Terrasses accessibles pour usages particuliers                     | K                       | Valeurs en fonction de leur usage               |               |

Pour la catégorie K, on considère que la charge répartie s'applique sur une surface de 10 m<sup>2</sup>.

22

### 3. Actions

**Coefficients de réduction horizontale  $\alpha_A$  pour planchers et toitures (EC1 6.3.1.2 et AN) :**

**EC1** (expressions recommandées)

Surface de catégories A à E

$$\alpha_A = \frac{5}{7} \psi_0 + \frac{A_0}{A} \leq 1$$

$$A_0 = 10 \text{ m}^2$$

$\psi_0$  : coefficient de combinaison des actions variables

**ANF**

Surface de catégories A, B, C3, D1 et F

$$\alpha_A = 0,77 + \frac{A_0}{A} \leq 1$$

$$A_0 = 3,5 \text{ m}^2$$

23

### 3. Actions

**Coefficients de réduction verticale  $\alpha_n$  pour poteaux et murs (EC1 6.3.1.2 et AN) :** ce coefficient s'applique à toute la charge des niveaux situés au-dessus,  $n$  est le nombre d'étage (>2) au-dessus des éléments structuraux chargés et de la même catégorie

**EC1** (expressions recommandées)

Surface de catégories A à D

$$\alpha_n = \frac{2n + (n-2)\psi_0}{n} \leq 1$$

**ANF**

Surface de catégorie A

$$\alpha_n = 0,5 + \frac{1,36}{n}$$

Surface de catégorie B et F

$$\alpha_n = 0,7 + \frac{0,8}{n}$$

**EC1 3.3.2(2) :** Lorsque la charge d'exploitation est considérée comme une action d'accompagnement, un seul des deux facteurs  $\psi$  et  $\alpha_n$  doit être appliqué.

24

### 3. Actions

#### Combinaison d'action à l'ELU de résistance

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$\gamma_G = 1,35$  si G défavorable 1 si favorable

$\gamma_{Q,1} = 1,5$  (charge dominante et charge d'accompagnement)

25

### 3. Actions

#### Combinaisons d'action à l'ELS

caractéristique :

$$G_k + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

fréquente :

$$G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

quasi permanente :

$$G_k + \sum_{i\geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

(valeurs fréquentes :  $\psi_0 = 0,7$  –  $\psi_1 = 0,5$  –  $\psi_2 = 0,3$  à vérifier au cas par cas dans l'EC0)

26

## 4.1 Matériaux : Acier

EC2 retient **3 types d'acier** :

- Classe A : acier à ductilité normale  $\epsilon_{uk} \geq 2,5\%$  (laminé à froid ou tréfilé)
- Classe B : acier à haute ductilité  $\epsilon_{uk} \geq 5\%$  (laminé à chaud)
- Classe C : acier à très haute ductilité  $\epsilon_{uk} \geq 7,5\%$

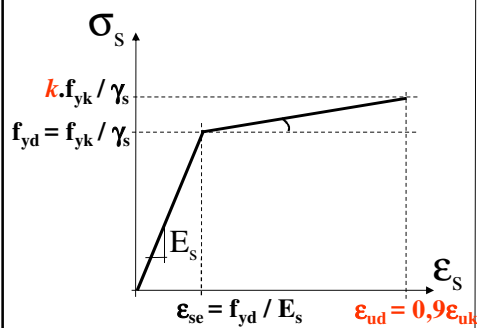
EC2 se limite aux aciers de limite élastique **inférieure ou égale à 600 MPa**

27

## 4.1 Matériaux : Acier

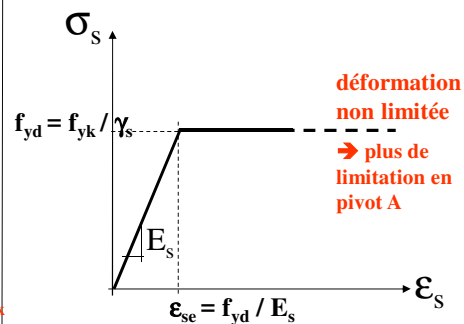
### Diagrammes contraintes - déformations

**Diagramme à palier incliné**  
(pour aciers A et B)



$k$  donné en Annexe C :  $\geq 1,05$  (A) et  $1,08$  (B)

**Diagramme à palier horizontal**



$E_s = 200000 \text{ MPa}$

28

## Tableau des sections d'acier

| diamètre<br>(mm) | section (cm <sup>2</sup> ) |       |       |       |       |       |       |        |        |        |
|------------------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
|                  | 1                          | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8      | 9      | 10     |
| 6                | 0,28                       | 0,57  | 0,85  | 1,13  | 1,41  | 1,70  | 1,98  | 2,26   | 2,54   | 2,83   |
| 8                | 0,50                       | 1,01  | 1,51  | 2,01  | 2,51  | 3,02  | 3,52  | 4,02   | 4,52   | 5,03   |
| 10               | 0,79                       | 1,57  | 2,36  | 3,14  | 3,93  | 4,71  | 5,50  | 6,28   | 7,07   | 7,85   |
| 12               | 1,13                       | 2,26  | 3,39  | 4,52  | 5,65  | 6,79  | 7,92  | 9,05   | 10,18  | 11,31  |
| 14               | 1,54                       | 3,08  | 4,62  | 6,16  | 7,70  | 9,24  | 10,78 | 12,32  | 13,85  | 15,39  |
| 16               | 2,01                       | 4,02  | 6,03  | 8,04  | 10,05 | 12,06 | 14,07 | 16,08  | 18,10  | 20,11  |
| 20               | 3,14                       | 6,28  | 9,42  | 12,57 | 15,71 | 18,85 | 21,99 | 25,13  | 28,27  | 31,42  |
| 25               | 4,91                       | 9,82  | 14,73 | 19,64 | 24,54 | 29,45 | 34,36 | 39,27  | 44,18  | 49,09  |
| 32               | 8,04                       | 16,08 | 24,13 | 32,17 | 40,21 | 48,25 | 56,30 | 64,34  | 72,38  | 80,42  |
| 40               | 12,57                      | 25,13 | 37,70 | 50,27 | 62,83 | 75,40 | 87,96 | 100,53 | 113,10 | 125,66 |

## 4.2 Matériaux : Béton

a) Classe de résistance désignée par C 25 / 30 ( $f_{ck}$  sur cylindres et sur cubes)

b) Résistance de calcul en compression :  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$  ( $\gamma_c = 1,5$ )

$\alpha_{cc} = 1$  pour le béton armé et 0,8 pour le béton non armé

c) Diagrammes contrainte-déformation : 3 types proposés pour les calculs de section (parabole rectangle ou 2 diagrammes simplifiés : bi-linéaire ou rectangle – EC2 3.1.7)

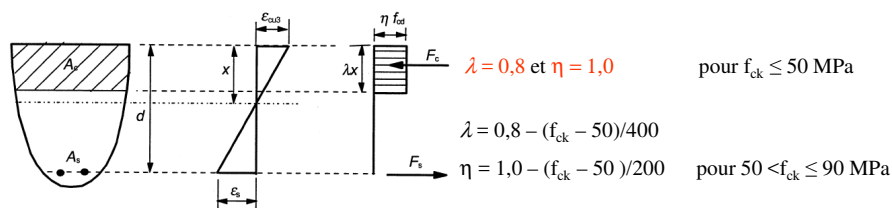


Figure 3.5 : Diagramme rectangulaire

30



## 4.2 Matériaux : Béton

**d)** Résistance caractéristique à la compression **sur cylindres** en fonction du temps :  $f_{ck} = f_{cm} - 8$  (EC2, 3.1) en MPa

$$\text{avec } f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right] \quad (t \text{ en jour})$$

où  $s$  est un coefficient qui prend les valeurs :

- 0,20 pour les ciments CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R ;
- 0,25 pour les ciments CEM 32,5 R, CEM 42,5 N ;
- 0,38 pour les ciments CEM 32,5 N.

$f_{cm}$  : résistance moyenne en compression à 28 j

31

## 4.2 Matériaux : Béton

**e)** Résistance caractéristique à la traction ( $f_{ck} < 50$  MPa, EC2, 3.1) :

- Valeur moyenne :  $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$
- Valeur inférieure de la résistance caractéristique :  $f_{ctk0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$
- Valeur supérieure de la résistance caractéristique :  $f_{ctk0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm}$

**f)** Module d'élasticité :

**module instantané :**  $E_{cm} = 22 [(f_{cm})/10]^{0,3} (f_{cm} \text{ en MPa}) \text{ en GPa}$

valables pour un béton de granulats de quartzite âgé de 28 jours, valeurs à réduire de 10 % pour des granulats calcaires, de 30 % pour des granulats issus de grès et à augmenter de 20 % pour des granulats issus de basalte (EC2 3.1.3(2))

**module différé :**  $E_{c, eff} = E_{cm} / (1 + \varphi(\infty, t_0))$

➔ voir le **h)** concernant le fluage pour la définition de  $\varphi$  32

## 4.2 Matériaux : Béton

Le **Tableau 3.1** de l'EC2 donne directement les valeurs des différentes caractéristiques du béton (traction, module, déformation limite...) en fonction de sa classe.

### g) Retrait (EC2, 3.1.4)

dans les bâtiments, les effets de la température et du retrait peuvent être négligés si (EC2, 2.3.3 et AN), des joints espacés de  $d_{\text{joint}}$  sont prévus :

$d_{\text{joint}} \leq 25$  m : départements proches de la Méditerranée

$d_{\text{joint}} \leq 30$  à  $35$  m : Est, Alpes et massif central

$d_{\text{joint}} \leq 40$  m : région parisienne et Nord,

$d_{\text{joint}} \leq 50$  m : Ouest de la France

33

## 4.2 Matériaux : Béton

### g) Retrait (EC2, 3.1.4)

La **déformation totale de retrait**  $\epsilon_{cs}$  est égale à :  **$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$**

**$\epsilon_{cd}$**  : retrait de dessiccation évolue en fonction du temps :

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \times k_h \times \epsilon_{cd,0}$$

$k_h$  : coefficient dépendant du rayon moyen  $h_0$  (Tableau 3.3)

$\epsilon_{cd,0}$  : retrait de dessiccation non gêné (Tableau 3.2)

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}}$$

$t$  est l'âge du béton à l'instant considéré, en jours

$t_s$  est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (en général à la fin de la cure).

$h_0$  est le rayon moyen (mm) de la section transversale  $= 2Ac/u$

avec :

$Ac$  aire de la section du béton

$u$  périmètre de la partie de la section exposée à la dessiccation.

34

## 4.2 Matériaux : Béton

### g) Retrait (EC2, 3.1.4)

Tableau 3.2 : Valeurs nominales du retrait de dessiccation non généré  $\varepsilon_{cd,0}$  (en ‰) pour le béton avec des ciments CEM de classe N

| $f_{ck}/f_{ck,cube}$<br>(MPa) | Humidité Relative (en %) |      |      |      |      |      |
|-------------------------------|--------------------------|------|------|------|------|------|
|                               | 20                       | 40   | 60   | 80   | 90   | 100  |
| 20/25                         | 0,62                     | 0,58 | 0,49 | 0,30 | 0,17 | 0,00 |
| 40/50                         | 0,48                     | 0,46 | 0,38 | 0,24 | 0,13 | 0,00 |
| 60/75                         | 0,38                     | 0,36 | 0,30 | 0,19 | 0,10 | 0,00 |
| 80/95                         | 0,30                     | 0,28 | 0,24 | 0,15 | 0,08 | 0,00 |
| 90/105                        | 0,27                     | 0,25 | 0,21 | 0,13 | 0,07 | 0,00 |

Tableau 3.3 : Valeurs de  $k_h$  dans l'expression (3.9)

| $h_0$      | $k_h$ |
|------------|-------|
| 100        | 1,0   |
| 200        | 0,85  |
| 300        | 0,75  |
| $\geq 500$ | 0,70  |

35

## 4.2 Matériaux : Béton

### g) Retrait (EC2, 3.1.4)

$\varepsilon_{ca}$  : retrait endogène évolue en fonction du temps :

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5})$$

$t$  étant exprimé en jours.

36

## 4.2 Matériaux : Béton

### h) Fluage (EC2, 3.1.4)

- Déformation de fluage du béton à l'instant  $t = \infty$ , sous une contrainte de compression constante  $\sigma_c \leq 0,45 f_{ck}(t_0)$  appliquée à l'âge du béton  $t_0$  (fluage linéaire) :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$$

$E_c$  : module tangent (peut être pris égal à  $1,05 E_{cm}$ )

$\varphi(\infty, t_0) \rightarrow$  Figure 3.1

- Déformation de fluage du béton à l'instant  $t = \infty$ , sous une contrainte de compression constante  $\sigma_c > 0,45 f_{ck}(t_0)$  appliquée à l'âge du béton  $t_0$  (fluage non linéaire) :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp(1,5 (\sigma_c / f_{cm}(t_0) - 0,45)) \cdot (\sigma_c / E_c)$$

Rem. : pour évolution de la déformation de fluage en fonction du temps  $\rightarrow$  EC2, Annexe B

37

### Calcul de $\varphi(\infty, t_0)$

$t_0$  : âge du béton au moment du chargement, en jours

$h_0$  : rayon moyen  $= 2A_c / u$ , où  $A_c$  est l'aire de la section transversale du béton et  $u$  le périmètre de la partie exposée à la dessiccation

Classe R : CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R

Classe N : CEM 32,5 R, CEM 42,5 N

Classe S : CEM 32,5 N

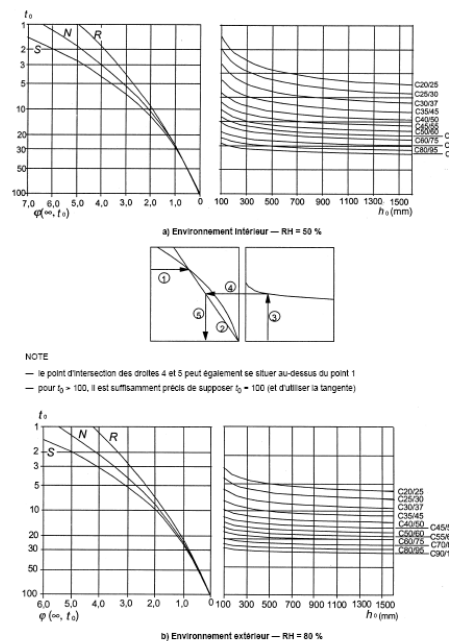


Figure 3.1 : Méthode de détermination du coefficient de fluage  $\varphi(\infty, t_0)$  pour le béton dans des conditions d'environnement normales

## 5. Hypothèses de calcul

### Hypothèses générales :

- Principe de **Navier-Bernoulli** : au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions,
- La **résistance du béton tendu est négligée**
- **Adhérence parfaite** entre l'acier et le béton : au contact entre le béton et les armatures :  $\varepsilon_s = \varepsilon_c$

39

## 5.1 Vérification à l'ELS

**Définition de classes d'exposition** (EC2 – Tableau 4.1) / durabilité du béton

**Désignation de la classe / aux conditions d'environnement : Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition**

1. Aucun risque de corrosion ni d'attaque (X0)
2. Corrosion induite par carbonatation (XC1, 2...)
3. Corrosion induite par les chlorures (XD1, 2...)
4. Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer (XS1, 2...)
5. Attaque gel/dégel (XF1, 2...)
6. Attaques chimiques (XA1, 2...)

40

## 5.1 Vérifications à l'ELS

### 1) Limitation de la compression du béton

à  $0,6f_{ck}$  vérifier pour certaines classes d'exposition (XD, XF, XS) à faire sous la combinaison caractéristique ( $G + Q + 0,7Q_2$ )

### 2) Limitation de la contrainte dans l'acier

pour éviter une fissuration excessive du béton, EC2 recommande de limiter la contrainte dans les aciers à  $0,8f_{yk}$  pour la combinaison caractéristique

### 3) Maîtrise de la fissuration

sous combinaison quasi permanente  
( $G + 0,3 Q$ )

Tableau 7.1N : Valeurs recommandées de  $w_{max}$  (mm)

| Classe d'exposition     | Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes | Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|                         | Combinaison quasi-permanente des charges                                            | Combinaison fréquente des charges                     |
| XD, XC1                 | 0,4 <sup>1</sup>                                                                    | 0,2                                                   |
| XC2, XC3, XC4           | 0,3                                                                                 | 0,2 <sup>2</sup>                                      |
| XD1, XD2, XS1, XS2, XS3 |                                                                                     | Décompression                                         |

**Note 1 :** Pour les classes d'exposition XD et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.

**Note 2 :** Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.

## 5.1 Vérification à l'ELS

Adhérence parfaite, au niveau de l'acier :  $\epsilon_s = \epsilon_c$  donc

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$$

$$\text{soit} \quad \sigma_c = \frac{E_{cm}}{E_s} \sigma_s = \frac{\sigma_s}{\alpha_e}$$

EC2 définit  $\alpha_e$  : coefficient d'équivalence acier - béton

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

$E_{cm}$  différent à court et long terme (prise en compte du fluage)  $\Rightarrow \alpha_e$  diffère également)

$$E_s = 200000 \text{ MPa},$$

pour  $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ ,  $E_{ij} = 34180 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 5,85$

et  $E_{vj} = 11497 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 17,39$

Les **recommandations professionnelles** publiées par la Fédération Française du Bâtiment indique que si une *grande précision n'est pas nécessaire*, on peut prendre  $\alpha_e = n = 15$  pour des bétons courants et 9 pour des BHP.

Juin 2012

Béton Armé - S. Multon

43

## 5.2 Vérification à l'ELU

Définition de déformations limites des matériaux (EC2,  $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$ ):

Le raccourcissement relatif du **béton** est limité à :

- En flexion 3,5 ‰
- En compression 2 ‰

L'allongement relatif de l'**acier** :

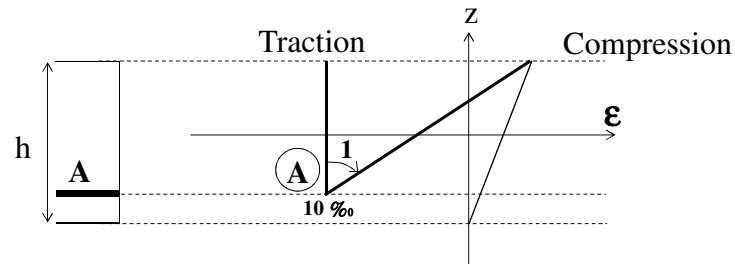
- n'est pas limité si on considère un diagramme à palier horizontal
- dépend du type d'acier utilisé ( $\epsilon_{ud}$ )

**Le dimensionnement à l'ELU se fait en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C.**

44

## 5.2 Vérification à l'ELU

**Pivot A :** Allongement de l'acier le plus tendu :  $\epsilon_s = 10.10^{-3}$



pièces soumises à la traction simple ou à une flexion simple ou composée

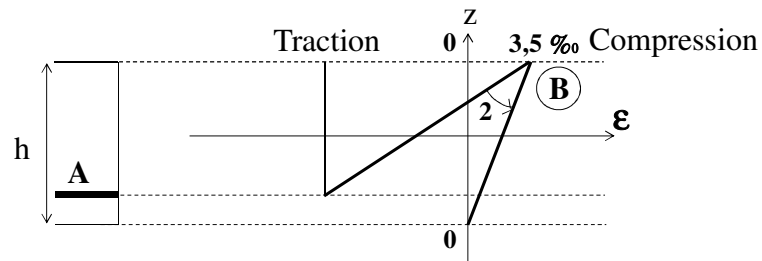
Juin 2012

Béton Armé - S. Multon

45

## 5.2 Vérification à l'ELU

**Pivot B :** Raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée :  $\epsilon_{bc} = 3,5.10^{-3}$



pièces soumises à une flexion simple ou composée

Juin 2012

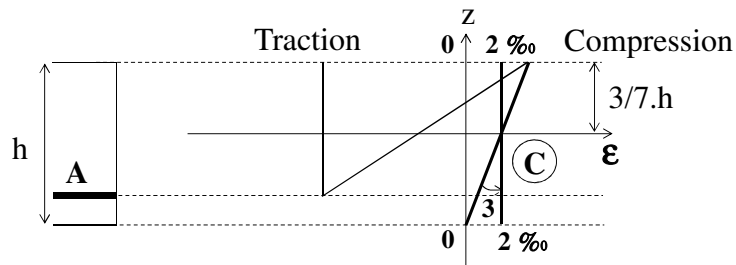
Béton Armé - S. Multon

46



## 5.2 Vérification à l'ELU

**Pivot C** : Raccourcissement de la fibre de béton à la distance de  $3h/7$  :  $\epsilon_{bc} = 2.10^{-3}$



pièces soumises à la flexion composée ou à la compression simple

Juin 2012

Béton Armé - S. Multon

47

## 6. Classes d'exposition et enrobage

**Enrobage** nominal (EC2 – Tableau 4.4.1) / durabilité du béton

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

$c_{nom}$  : enrobage nominal à respecter

$c_{min}$  : enrobage minimal

$\Delta c_{dev}$  : tolérance d'exécution = **10 mm**

avec :

$$c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,g} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm)$$

48

## 6. Classes d'exposition et enrobage

**Enrobage** nominal (EC2 – Tableau 4.4.1)

$c_{min,b}$  : enrobage minimal requis vis-à-vis de l'adhérence

→ armature individuelle :

si  $D_{granulat} \leq 32 \text{ mm}$  :  $c_{min,b} = \phi$

sinon  $c_{min,b} = \phi + 5 \text{ mm}$

→ paquet :

diamètre équivalent  $\phi_n = \phi \sqrt{n_b} \leq 55 \text{ mm}$

49

## 6. Classes d'exposition et enrobage

**Enrobage** nominal (EC2 – Tableau 4.4.1)

$c_{min,dur}$  : enrobage minimal requis vis-à-vis des conditions d'environnement (Tableau 4.4.N)

| Exigence environnementale pour $c_{min,dur}$ (mm) |                                       |     |           |     |           |           |           |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------|-----|-----------|-----|-----------|-----------|-----------|
| Classe Structurale                                | Classe d'exposition selon Tableau 4.1 |     |           |     |           |           |           |
|                                                   | X0                                    | XC1 | XC2 / XC3 | XC4 | XD1 / XS1 | XD2 / XS2 | XD3 / XS3 |
| S1                                                | 10                                    | 10  | 10        | 15  | 20        | 25        | 30        |
| S2                                                | 10                                    | 10  | 15        | 20  | 25        | 30        | 35        |
| S3                                                | 10                                    | 10  | 20        | 25  | 30        | 35        | 40        |
| S4                                                | 10                                    | 15  | 25        | 30  | 35        | 40        | 45        |
| S5                                                | 15                                    | 20  | 30        | 35  | 40        | 45        | 50        |
| S6                                                | 20                                    | 25  | 35        | 40  | 45        | 50        | 55        |

50

## 6. Classes d'exposition et enrobage

**Classe structurale** (Tableau 4.3.NF, dans EC2-AN)

**Classe structurale** : permet de caractériser les **critères liés à la durabilité** de l'ouvrage.

**Classe S4** : recommandée par l'EC2, bâtiments et ouvrages de génie civil courants (durabilité visée de 50 ans)

La classe peut être modifiée en fonction de la durée de vie visée, de la classe du béton, de la nature du liant (Tableau 4.3.NF, AN).

51

## 6. Classes d'exposition et enrobage

Tableau 4.3N : Classification structurale recommandée

| Classe structurale                                                                                     |                                       |                                    |                                    |                                    |                                    |                                    |                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Critère                                                                                                | Classe d'exposition selon Tableau 4.1 |                                    |                                    |                                    |                                    |                                    |                                    |
|                                                                                                        | X0                                    | XC1                                | XC2 / XC3                          | XC4                                | XD1                                | XD2 / XS1                          | XD3 / XS2 / XS3                    |
| Durée d'utilisation de projet de 100 ans                                                               | majoration de 2 classes               | majoration de 2 classes            | majoration de 2 classes            | majoration de 2 classes            | majoration de 2 classes            | majoration de 2 classes            | majoration de 2 classes            |
| Classe de résistance <sup>1) 2)</sup>                                                                  | ≥ C30/37<br>minoration de 1 classe    | ≥ C30/37<br>minoration de 1 classe | ≥ C35/45<br>minoration de 1 classe | ≥ C40/50<br>minoration de 1 classe | ≥ C40/50<br>minoration de 1 classe | ≥ C40/50<br>minoration de 1 classe | ≥ C45/55<br>minoration de 1 classe |
| Élément assimilable à une dalle (position des armatures non affectée par le processus de construction) | minoration de 1 classe                | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             |
| Maîtrise particulière de la qualité de production du béton                                             | minoration de 1 classe                | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             | minoration de 1 classe             |

52

## 6. Classes d'exposition et enrobage

$\Delta c_{dur,\gamma}$  : marge de sécurité (= **0** ; valeur recommandée par EC2 et AN)

$\Delta c_{dur,st}$  : réduction de l'enrobage minimal dans le cas d'acier inoxydable (= **0** en général)

$\Delta c_{dur,add}$  : réduction de l'enrobage minimal dans le cas de protection supplémentaire (= **0** en général)

53

## 6. Classes d'exposition et enrobage

**Espacements** horizontal et vertical **entre barres** (EC2, 8.2) :  $e_h$  et  $e_v$

$$e_h \text{ ou } e_v \geq \max(\phi_{\max}; d_g + 5mm; 20mm)$$

$\phi_{\max}$  : diamètre des barres

$d_g$  : dimension du plus gros granulat

→ paquet :

diamètre équivalent  $\phi_n = \phi \sqrt{n_b}$

54

# Association Acier – Béton :

## Ancrage des armatures (EC2, Section 8)

Juin 2012

55

### Longueur d'ancrage conventionnelle de référence (8.4.3) :

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$$

$\sigma_{sd}$  : contrainte de calcul de la barre dans la section à partir de laquelle on mesure l'ancrage (=435 MPa pour des aciers de 500 MPa et dans les conditions maximales, sinon on peut calculer la valeur exacte en fonction du chargement).

$f_{bd}$  : valeur de calcul de la contrainte ultime d'adhérence

Juin 2012

56

$f_{bd}$  : valeur de calcul de la **contrainte ultime d'adhérence**

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd}$$

$\eta_1 = 1$  si les conditions d'adhérence sont bonnes, 0,7 sinon

$\eta_2 = 1$  si  $\phi \leq 32$  mm ou  $(132 - \phi)/100$  sinon ( $\phi$  : diamètre de la barre)

$$f_{ctd} = f_{ctk,0.05} / \gamma_c$$

$f_{ctk,0.05}$  : résistance caractéristique à la traction avec un fractile de 5%

$$f_{ctk,0.05} = 0,7 f_{ctm}$$

Juin 2012

57

EC2, 8.4.2 définit les **conditions d'adhérence des armatures** :

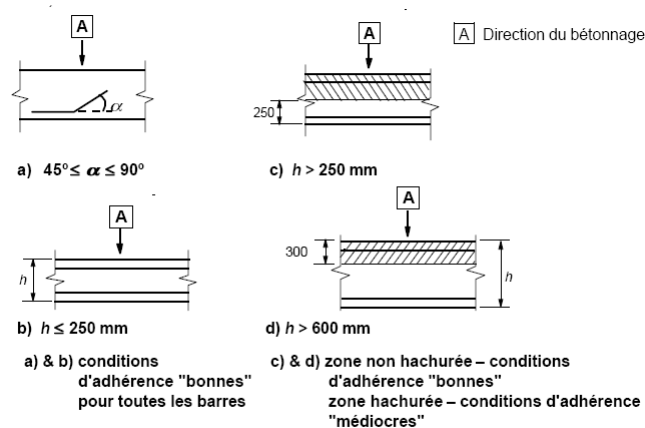


Figure 8.2 : Illustration des conditions d'adhérence

Juin 2012

58

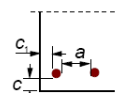
### Longueur d'ancrage de calcul (8.4.4) :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

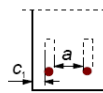
- les coefficients  $\alpha_i \leq 1$ , sont définis dans le **Tableau 8.2** de l'EC2 (pour prendre en compte la forme des barres, l'enrobage et le confinement des aciers)

- EC2, 8.4.4(2), par simplification, on peut considérer :

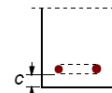
$$l_{b,eq} = \alpha_1 l_{b,rqd} \quad \alpha_1 = 0,7 \text{ si } c_d > 3\phi ; 1 \text{ sinon}$$



a) Barres droites



b) Barres terminées par un coude ou un crochet



c) Barres terminées par une boucle

Juin 2012

$$c_d = \min(a/2, c_1, c)$$

$$c_d = \min(a/2, c_1)$$

$$c_d = c$$

Figure 8.3 : Valeurs de  $c_d$  pour les poutres et les dalles

59

### Longueur d'ancrage minimale (8.4.4) :

$$l_{b,min} \geq \max(0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm)$$

Juin 2012

60

## Ancrages courbes (EC2, 8.4) : à partir de la longueur développée

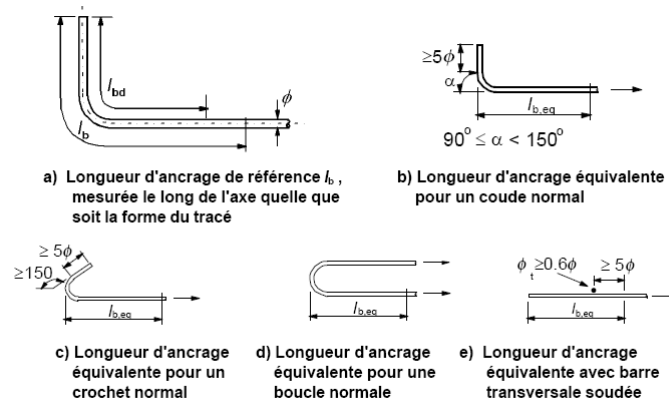
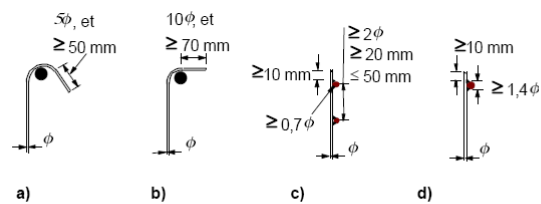


Figure 8.1 : Méthodes d'ancrage autres que le scellement droit

Juin 2012

61

## Ancrages des armatures d'effort tranchant (EC2, 8.5)



Note : Pour c) et d), il convient que l'enrobage ne soit ni inférieur à  $3\phi$ , ni à  $50 \text{ mm}$  si cette valeur est plus faible.

Figure 8.5 : Ancrage des armatures transversales

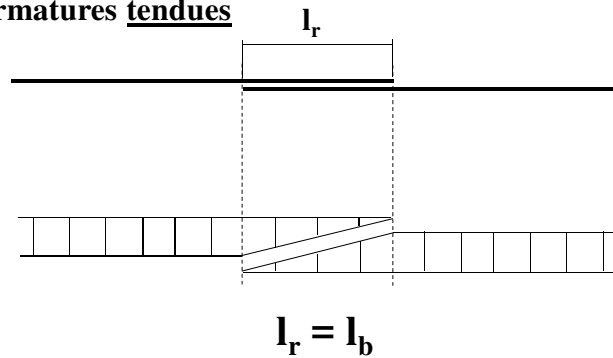
Juin 2012

62



## Recouvrement des barres

Armatures tendues



Juin 2012

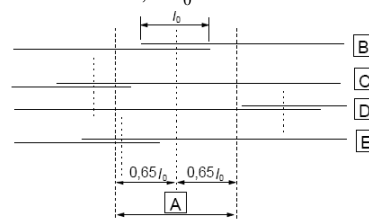
63

## Recouvrement des barres (EC2, 8.7)

La longueur de recouvrement vaut :

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,\min} \quad \text{avec : } l_{0,\min} = \max[0,3\alpha_6 \cdot l_{b,rqd}; 15\phi; 200\text{mm}]$$

et  $\alpha_6 = (\rho_1/25)^{0,5}$ , compris entre 1 et 1,5, avec  $\rho_1$ , proportion de barres avec recouvrement dont l'axe se situe à moins de  $0,65 l_0$  de l'axe du recouvrement considéré



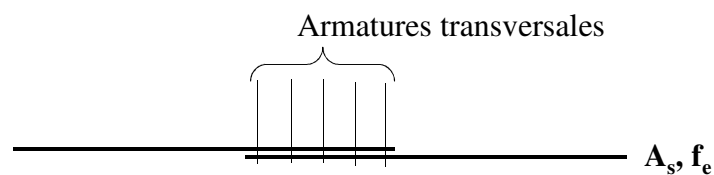
[A] Section considérée [B] Barre I [C] Barre II [D] Barre III [E] Barre IV

Exemple : Les barres II et III sont en dehors de la section considérée :  $\rho_1 = 50\%$  et  $\alpha_6 = 1,4$

Figure 8.8 : Proportion de recouvrements à prendre en compte dans une section de recouvrement donnée

### Recouvrement des barres (EC2, 8.7)

Armatures transversales dans les zones de recouvrement de barres **tendues** de diamètre  $\phi$



Juin 2012

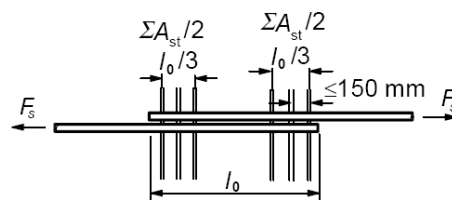
65

### Recouvrement des barres (EC2, 8.7)

Armatures transversales dans les zones de recouvrement de barres **tendues** de diamètre  $\phi$

si  $\phi < 20$  mm ou si  $\rho_l \leq 25\%$ , pas de barres transversales à prévoir en plus de celles existantes

si  $\phi \geq 20$  mm, il faut une section totale d'armatures transversales  $\Sigma A_{st} \geq A_s$  (la section **d'une des** barres du recouvrement), armatures à disposer moitié-moitié dans les tiers extérieur à  $l_0$



a) barres tendues

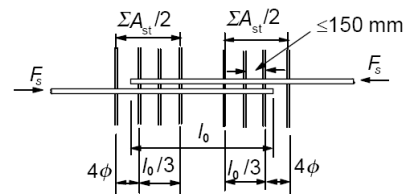
66

### Recouvrement des barres (EC2, 8.7)

Armatures transversales dans les zones de recouvrement de barres **comprimées** de diamètre  $\phi$

mêmes règles que les barres tendues

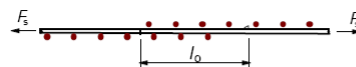
+ disposer une barre transversale de part et d'autre du recouvrement, à une distance inférieure à  $4\phi$  des extrémités



b) barres comprimées

67

### Recouvrement des treillis soudés (EC2, 8.7.5)



a) recouvrement des panneaux dans un même plan (coupe longitudinale)



b) recouvrement des panneaux dans des plans distincts (coupe longitudinale)

Figure 8.10 : Recouvrement des treillis soudés

Juin 2012

68

**Paquet de barres (EC2, 8.9)**

Un **paquet de  $n_b$  barres** (rapport des diamètres  $< 1,7$ ) peut être considéré comme une barre :

- de même section que le paquet
- de même centre de gravité que le paquet
- et de diamètre :  $\phi_n = \phi \sqrt{n_b}$

Juin 2012

69

Juin 2012

70

# Traction Simple

Juin 2012

71

## Traction Simple

### PLAN

1. Hypothèses
2. Contraintes de calcul
3. Dimensionnement des armatures
4. Armatures transversales

Juin 2012

72

## 1. Hypothèses

**Rappel : La résistance du béton tendu est négligée.**

- Même centre de gravité pour le béton et la section d'armatures

Juin 2012

73

## 2.1 Limites à l'ELU

**Résistance de l'acier en traction :**

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Juin 2012

74

## 2.2 Limites à l'ELS

Pour éviter une ouverture de fissures excessive, on limite la contrainte de traction sous la combinaison caractéristique des charges dans les aciers  $\sigma_{st}$  à :

$$\overline{\sigma}_{st} = 0,8f_{yk}$$

Juin 2012

75

## 3. Principe de dimensionnement

**N** : Effort normal de traction,

**A** : Section d'aciers,

$\overline{\sigma}$  : Contraintes limites de calcul

Principe :  $N = A \times \overline{\sigma}$

Calcul de A à l'ELU et à l'ELS

Juin 2012

76

### 3. Principe de dimensionnement

$N_{Ed}$  et  $N_{ser}$  : Efforts normaux de traction à l'ELU et à l'ELS,

$A_u$  et  $A_{ser}$  : Sections d'aciers à l'ELU et à l'ELS,

$f_{yd}$  et  $\overline{\sigma}_{st}$  : Contraintes limites de calcul à l'ELU et à l'ELS

#### ELU

$$N_{Ed} = 1,35.G + 1,5.Q$$

Condition d'équilibre statique

$$N_{Ed} = A_u \times f_{yd}$$

#### ELS

$$N_{ser} = G + Q$$

Condition d'équilibre statique :

$$N_{ser} = A_{ser} \times \overline{\sigma}_{st}$$

**La section d'armatures du tirant est :  $A = \sup (A_u; A_{ser})$**

Juin 2012

77

### 3.3 Maitrise de la fissuration

#### a) Maîtrise de la fissuration non requise

Limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'acier,

$$A_{s,min} \cdot f_{yk} \geq A_c \cdot f_{ctm}$$

( $A_{s,min}$  : section des aciers tendus,  $f_{yk}$  : limite d'élasticité de l'acier,  $A_c$  : section de béton tendu,  $f_{ctm}$  : résistance caractéristique du béton à la traction)

Juin 2012

78



### 3.3 Maitrise de la fissuration

#### b) Maîtrise de la fissuration requise

$$A_{s,min} = \begin{cases} A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 30 \text{ cm} \\ 0,65 \cdot A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 80 \text{ cm} \end{cases}$$

( $A_{s,min}$  : section des aciers tendus,  $f_{yk}$  : limite d'élasticité de l'acier,  $A_c$  : section de béton tendu,  $f_{ctm}$  : résistance caractéristique du béton à la traction)

Juin 2012

79

### 4. Armatures transversales

**En zone courante :**

$$\phi_t \simeq \phi_l / 3$$

et  $\phi_t \geq 6 \text{ mm}$

**Écartement :**  $s_t \leq$  plus petite dimension de la pièce

**En zone de recouvrement :** voir chapitre précédent

Juin 2012

80

# Compression Simple

81

## Règlementations

**EC2 → tout poteau est en compression composé (il existe toujours une excentricité du fait des défauts de construction)**

**→ pas de méthode particulière pour la compression simple**

**En France → Méthode donnée par les Recommandations professionnelles**

82

# Compression Simple

## PLAN

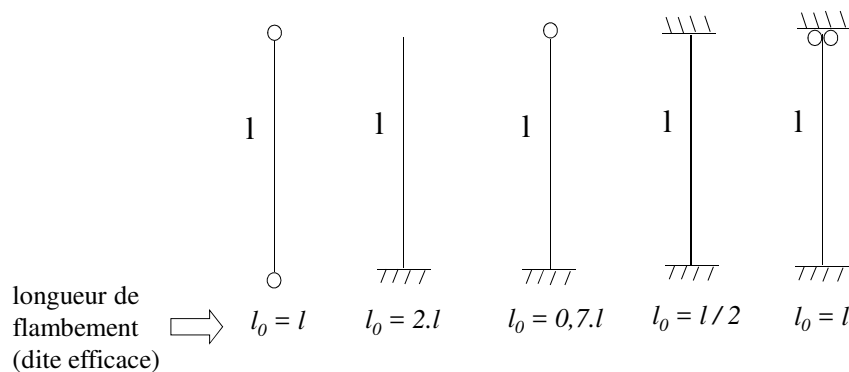
1. Longueur de flambement
2. Dimensionnement des armatures
3. Dispositions constructives

83

## 1. Longueur de flambement et élancement

### En compression, risque de flambement :

Pour des éléments isolés (pas de rôle de contreventement)



84

## 1. Longueur de flambement et élancement

### Longueurs de flambement :

- Structure contreventée

$$l_0 = 0,5l \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

- Structure non contreventée

$$l_0 = l \cdot \max \left[ \sqrt{\left(1 + 10 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right]$$

avec  $k_1$  et  $k_2$ , les coefficients de souplesses des deux encastres partiels du poteau

$$k = \frac{\theta}{M} \frac{EI}{l}$$

avec  $\theta$  : rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant  $M$

$EI$  et  $l$ , la rigidité en flexion et la longueur de l'élément comprimé (s'il y a un élément comprimé adjacent dans un nœud, il faut remplacer  $EI/l$  par la somme des  $EI/l$  des 2 poteaux)

85

## 1. Longueur de flambement et élancement

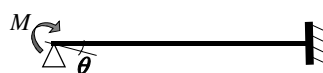
$$k = \frac{\theta}{M} \frac{EI}{l}$$

avec  $\theta$  : rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant  $M$

Le rapport  $M / \theta$  dépend de la nature de la liaison au niveau de l'appui opposé à celui étudié :



$$\rightarrow M = \frac{3EI}{l} \theta$$

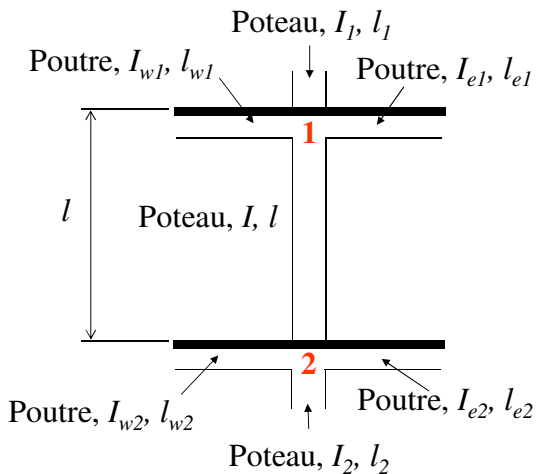


$$\rightarrow M = \frac{4EI}{l} \theta$$

86

## 1. Longueur de flambement et élancement

**Longueurs de flambement :**



$$k_1 = \frac{I_1 / l_1 + I / l}{\alpha_{w1} I_{w1} / l_{w1} + \alpha_{e1} I_{e1} / l_{e1}}$$

$$k_2 = \frac{I_2 / l_2 + I / l}{\alpha_{w2} I_{w2} / l_{w2} + \alpha_{e2} I_{e2} / l_{e2}}$$

avec :

$\alpha_{w \text{ ou } e i} = 4$  si l'autre appui de la poutre est un encastrement ou  $3$  si c'est un appui simple

Rem. : Il faut tenir compte de la fissuration dans la rigidité des éléments s'opposant à la déformation.

87

## 1. Longueur de flambement et élancement

**Longueur de flambement des poteaux de bâtiments**  
(Recommandations professionnelles, clause 5.8.3.2) :

- si leur raideur est non prise en compte dans le contreventement
- s'ils sont correctement connectés en tête et en pied à des éléments de raideur supérieure ou égale

➔ la longueur de flambement peut être prise égale à **0,7.l**

88

## 1. Longueur de flambement et élancement

Élancement d'un élément :

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

avec  $l_0$  : longueur de flambement (m),

$i$  : rayon de giration (m).

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$$

avec  $I$  : Inertie de l'élément dans le plan de flambement (m<sup>4</sup>),  
 $B$  : Section de l'élément (m<sup>2</sup>).

89

## 2. Dimensionnement des armatures

**EC2** : il existe toujours une excentricité :

$e_i$  : excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution),

**Cas d'un élément isolé** (pas de rôle de contreventement, sinon prise en compte d'un effort transversal supplémentaire cf. EC2 5.2)

$$e_i = \theta_i \cdot l_0 / 2$$

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$$

$$\theta_0 = 1 / 200$$

$$\alpha_h = 2 / \sqrt{l}$$

compris entre 2/3 et 1 ( $l$  : la longueur de l'élément)

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)} \quad m = 1 \text{ pour un poteau isolé (poteau ne participant pas au contreventement)}$$

$l_0$  : la longueur de flambement ou longueur efficace de l'élément

## 2. Dimensionnement des armatures

**EC2** : il existe toujours une excentricité :

$$e_i \geq \max\left(2cm; \frac{h}{30}\right)$$

- Tout élément comprimé est en flexion composé
- Dimensionnement en flexion composé

91

## 2. Dimensionnement des armatures

**Si les conditions suivantes sont respectées :**

- poteau bi articulé sous charges centrées
- élancement  $\lambda \leq 120$
- $20 \leq f_{ck} \leq 50$  MPa
- épaisseur dans le sens du flambement  $h \geq 0,15$  m
- distance  $d'$  des aciers à la paroi la plus proche  $\leq \min(0,30h ; 100 \text{ mm})$
- armatures symétriques par moitié sur chaque face
- chargement à au moins 28 jours

**les Recommandations professionnelles de la FFB autorisent l'emploi de la méthode suivante.**

92

## 2. Dimensionnement des armatures

**Résistance théorique** en compression simple :

$$N_{Ed} = N_{bét} + N_{acier} = B \cdot f_{bu} + A \cdot \sigma_{sc}$$

**Effort ultime de compression réglementaire (FFB) :**

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = k_h k_s \alpha \left[ \frac{bh \cdot f_{ck}}{\gamma_b} + \underbrace{A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s}}_{\text{Aire d'acier à dimensionner}} \right]$$

$\alpha$  : permet de prendre en compte les risques de flambement

$$\gamma_b = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

93

## 2. Dimensionnement des armatures

**Pour un poteau de section rectangulaire :**

$$N_{Ed} = k_h k_s \alpha (bh f_{cd} + A_s f_{yd})$$

Pour une section rectangulaire  $\lambda = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h}$  h : épaisseur du poteau dans le sens du flambt

$$\text{si } \lambda \leq 60 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0,86}{\left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{62} \right)^2 \right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \quad \rightarrow \quad \alpha = \left( \frac{32}{\lambda} \right)^{1,3}$$

94



## 2. Dimensionnement des armatures

**Pour un poteau de section rectangulaire :**

$$k_h = (0,75 + 0,5h)(1 - 6\rho\delta) \quad \text{pour } h < 0,50 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = d' / h, \quad d' : \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = A_s / (b \cdot h)$$

si  $\rho$  et  $\delta$  inconnus, on peut prendre  $k_h = 0,93$  à titre conservatif ? → cf. exe.

$$k_s = 1,6 - \frac{0,6 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 40 \text{ sinon } k_s = 1$$

95

## 2. Dimensionnement des armatures

**Pour un poteau de section circulaire :**

$$N_{Rd} = k_h k_s \alpha \left( \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) f_{cd} + A_s f_{yd} \right)$$

$$\text{pour une section circulaire : } \lambda = \frac{4 \cdot L_0}{D}$$

$$\text{si } \lambda \leq 60 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0,84}{\left[ 1 + \left( \frac{\lambda}{52} \right)^2 \right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \quad \rightarrow \quad \alpha = \left( \frac{27}{\lambda} \right)^{1,24}$$

96

## 2. Dimensionnement des armatures

**Pour un poteau de section circulaire :**

$$k_h = (0,7 + 0,5 D)(1 - 8 \rho \delta) \quad \text{pour } D < 0,60 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = d' / D, d' : \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = A_s / (\pi D^2 / 4)$$

si  $\rho$  et  $\delta$  inconnus, on peut prendre  $k_h = 0,93$  à titre conservatif ? → cf. exe.

$$k_s = 1,6 - \frac{0,65 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 30 \text{ sinon } k_s = 1$$

97

## 3. Dispositions constructives

**Recommandations professionnelles de la FFB**

$A_s$  : section totale des aciers situés à la distance  $d'$  des parois,  
disposés en **2 lits symétriques pour une section rectangulaire** ou  
en **6 barres réparties pour une section circulaire**

98

### 3. Dispositions constructives

#### Armatures longitudinales (EC2, 9.5.2)

- diamètre minimal = 8 mm
- ferrailage minimum

$$A_s \geq A_{s,\min} = \max \left( 0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}; 0,002 \cdot A_c \right)$$

- ferrailage maximum

$$A_s \leq A_{s,\max} = \max \begin{cases} 0,04 \cdot A_c & \text{hors zone de recouvrement} \\ 0,08 \cdot A_c & \text{au droit des zones de recouvrement} \end{cases}$$

99

### 3. Dispositions constructives

#### Armatures transversales (EC2, 9.5.3)

- diamètre minimal :
  - cadre et boucle :  $\phi_t \geq \max(6 \text{ mm}; \phi_{l,\max} / 4)$
  - treillis  $\phi_t = 5 \text{ mm}$
- espacement des cadres en zone courante :

$$s_{t,\max} = \min(20 \cdot \phi_t; 40 \text{ cm}; b)$$

$b$  : plus petite dimension du poteau

100

# Flexion Simple

101

## Flexion Simple

### PLAN

1. Généralités, dimensions, matériaux et armatures minimales
2. Équilibre des sections
3. Dimensionnement des armatures à l'ELU
4. Vérification des contraintes à l'ELS
5. Maîtrise de la fissuration
6. Dispense de vérification de la flèche

102

# 1. Généralités Flexion Simple

**Poutre sollicitée en flexion plane simple si le torseur des contraintes généralisées se réduit à seulement :**

**$M(x)$  et  $V(x)$**

Remarque : En Béton Armé, les effets de ces deux sollicitations sont traités séparément.

Janvier 2007

Béton Armé - S. Multon

103

## 1.1 Hypothèses

- Au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions,
- La résistance du béton tendu est négligée
- Adhérence parfaite acier - béton

**Hypothèse** : Pour le dimensionnement des armatures en flexion simple à l'ELU, on suppose que le diagramme des déformations passe par l'un des deux pivots de flexion simple (A ou B)

Janvier 2007

Béton Armé - S. Multon

104

## 1.1 Hypothèses : Portée

Portée à considérer dans un calcul de flexion (EC2 5.3.2.2)

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$$

$l_n$  : portée libre entre nus d'appuis

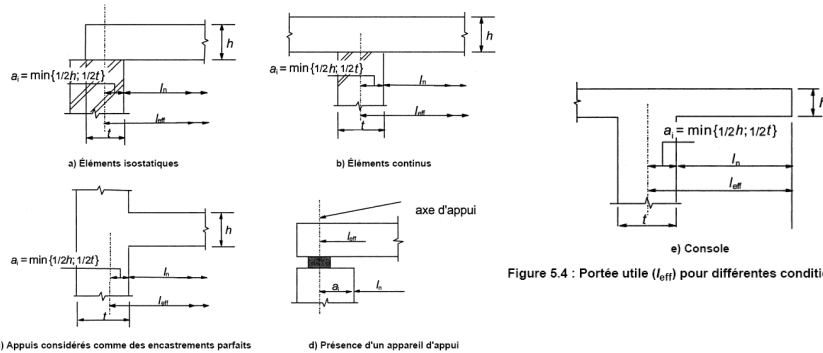


Figure 5.4 : Portée utile ( $l_{eff}$ ) pour différentes conditions d'appui

c) Appuis considérés comme des encastresments parfaits

d) Présence d'un appareil d'appui

- Si la poutre (ou dalle) est solidaire des poteaux (ou voiles) qui la supportent, le moment de calcul peut être pris égal au moment au nu d'appui.

105

## 1.2 Résistance des matériaux à l'ELU

Acier :

– Résistance :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \gamma_s = 1,15$$

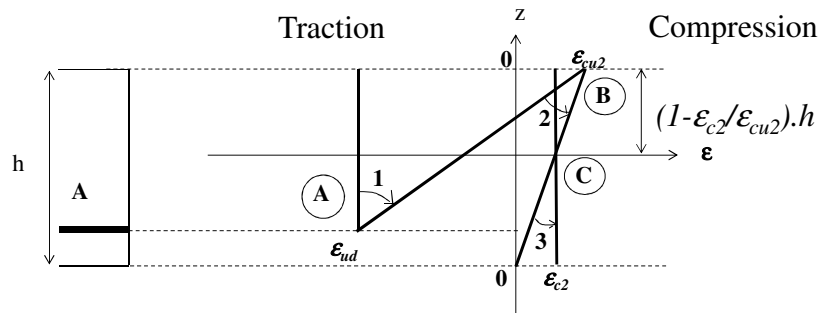
Béton :

– Résistance :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \gamma_c = 1,5$$

106

## 1.2 Diagramme des 3 pivots



**Pivot A** : Allongement de l'acier :  $\epsilon_{ud} = 0,9$ ,  $\epsilon_{uk}$  valeur fonction de la nuance (Annexe C)

Pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa et un diagramme parabole rectangle (sinon EC2, 3.1)

**Pivot B** : Raccourcissement du béton :  $\epsilon_{cu2} = 3,5 \cdot 10^{-3}$  (flexion)

**Pivot C** : Raccourcissement du béton à  $(1 - \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu2}) \cdot h$  de la fibre la plus comprimée :  $\epsilon_{c2} = 2 \cdot 10^{-3}$  (compression, flexion composée)

107

## 1.3 Section d'armatures minimale

EC2, 9.2 : La section d'armatures longitudinale d'une poutre doit être supérieure ou égale à :

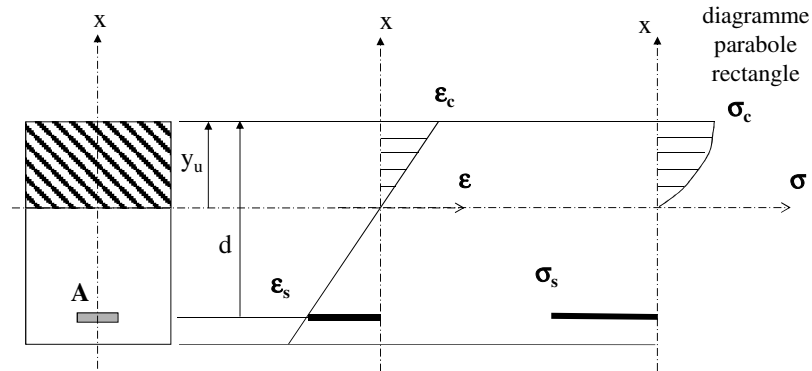
$$A_{s,min} = \max \left[ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d; 0,0013 b_t d \right]$$

$b_t$  : largeur moyenne de la zone tendue (pour une poutre en T dont la membrure supérieure est comprimée, seule la largeur de l'âme est prise en compte)

108

## 2. Équilibre des sections à l'ELU

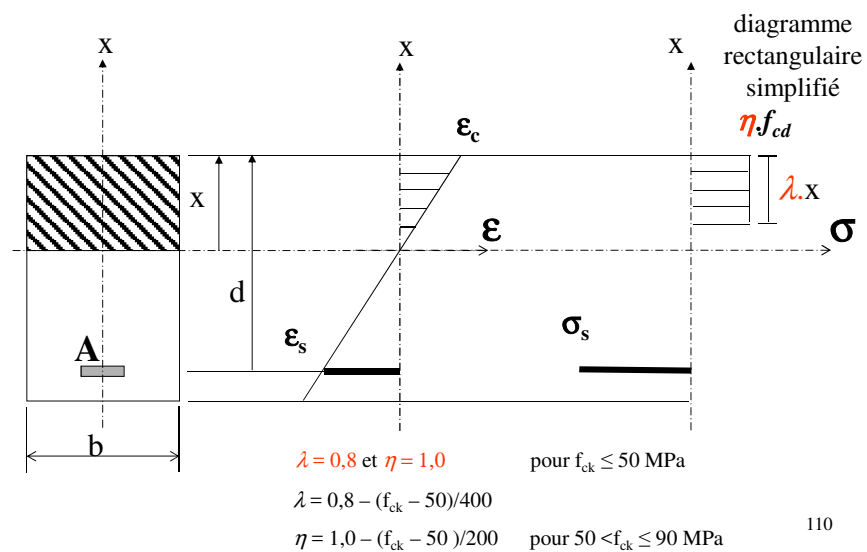
EC2 3.1.7 Comportement du béton à l'ELU



109

## 2. Équilibre des sections à l'ELU

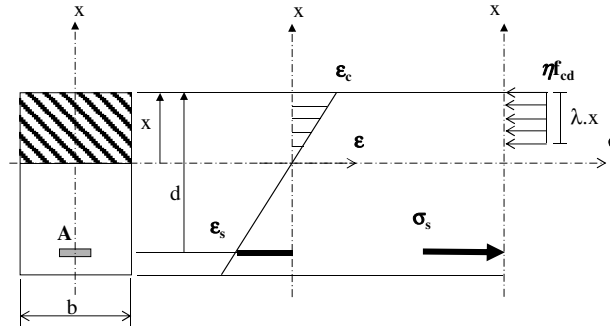
EC2 3.1.7(3) : simplification de la loi de comportement du béton :



110



## 2. Équilibre des sections à l'ELU



Équations d'équilibre au centre de gravité des aciers tendus :

$$\begin{cases} -F_c + F_s = 0 \\ M_c = M_{Ed} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\lambda \cdot x \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} + A \sigma_s = 0 & \text{(I)} \\ \lambda \cdot x \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \left( d - \frac{\lambda}{2} x \right) = M_{Ed} & \text{(II)} \end{cases}$$

→ Données : b, h (d),  $f_{cd}$ ,  $f_{yd}$ ,  $M_u$

→ Inconnues :  $\sigma_s$ , x et A (A')

111

## 2. Équilibre des sections à l'ELU

Écriture adimensionnelle :

$$\text{(II)} \Rightarrow \lambda \frac{x}{d} \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \frac{x}{d} \right) = \frac{M_{Ed}}{bd^2 \eta \cdot f_{cd}}$$

on pose  $\alpha_u = \frac{x}{d}$  et  $\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 \eta \cdot f_{cd}}$  ( $\mu_u$  est le moment réduit)

$$\Rightarrow \lambda \alpha_u \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_u \right) = \mu_u \quad \text{et en inversant : } \alpha_u = \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_u} \right)$$

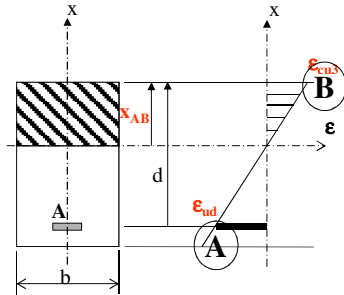
pour  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow \lambda = 0,8$  et  $\eta = 1,0 \Rightarrow$  formules habituelles

112

## 2. Équilibre des sections à l'ELU

### Cas limites :

#### 1. Cas de la droite AB (section de poutre en Pivots A et B simultanément)



$$\alpha_{AB} = \frac{x_{AB}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{ud}}$$

$$\mu_{AB} = \lambda \alpha_{AB} \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_{AB} \right)$$

pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa et pour des aciers de :

nuance A :  $\mu_{AB} = 0,102$

nuance B :  $\mu_{AB} = 0,056$

nuance C :  $\mu_{AB} = 0,039$

113

## 2. Équilibre des sections

Le coefficient  $\mu_u$  dépend de la géométrie du béton, des sollicitations et de la résistance du béton (quelle que soit la section d'acier):

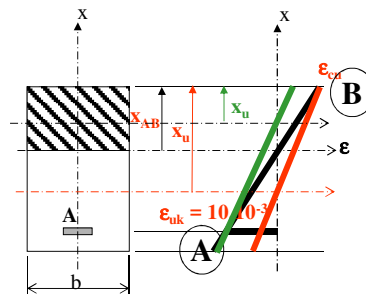
$$\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$$

Si  $\mu_u \leq \mu_{AB} \rightarrow \alpha_u \leq \alpha_{AB} \rightarrow x_u \leq x_{AB}$

→ Poutre dimensionnée pour rupture en Pivot A

Si  $\mu_u \geq \mu_{AB} \rightarrow \alpha_u \geq \alpha_{AB} \rightarrow x_u \geq x_{AB}$

→ Poutre dimensionnée pour rupture en Pivot B

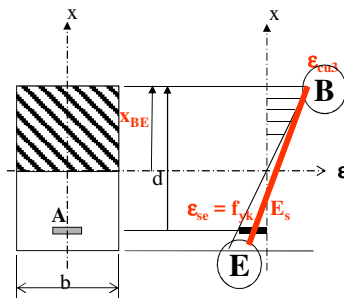


114

## 2. Équilibre des sections à l'ELU

### Cas limites :

#### 2. Cas de la droite BE (section de poutre en Pivot B et acier à la limite élastique)



$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{\epsilon_{cu3}}{\epsilon_{cu3} + \frac{f_{yk}}{E_s}}$$

cas courant :  $f_{ck} \leq 50$  MPa,  $f_{yk} = 500$  MPa,  
 $\gamma_s = 1,15$  ( $E_s = 200000$  MPa)

$$\rightarrow \mu_{BE} = 0,8\alpha_{BE}(1 - 0,4\alpha_{BE}) = 0,372$$

Si  $\mu_u \geq \mu_{BE} \rightarrow x_u \geq x_{BE}$

$\rightarrow$  besoin de A' pour renforcer le béton en compression

115

## 3. Armatures de flexion

Pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa et palier horizontal pour les aciers :

1. Calcul de  $\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$

2. Calcul en fonction de la classe d'exposition :

### 2.1. X0 ou XC

$\rightarrow$  pas de limitation de la contrainte dans le béton à l'ELS

$\rightarrow$  Calculer :  $\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{3,5 \cdot 10^{-3} + \frac{f_{yk}}{E_s}}$  et  $\mu_{lu} = 0,8\alpha_{BE}(1 - 0,4\alpha_{BE})$

cas courant :  $f_{yk} = 500$  MPa,  $\gamma_s = 1,15$  ( $E_s = 200000$  MPa)  $\rightarrow \mu_{lu} = 0,372$

### 2.2. XD, XF ou XS

$\rightarrow$  limitation de la contrainte dans le béton à l'ELS

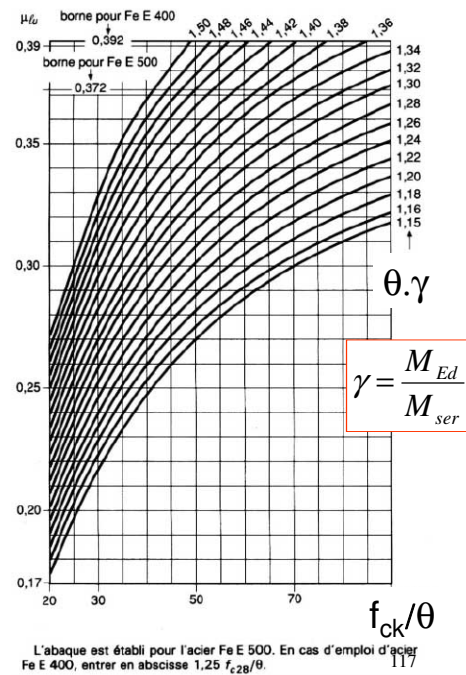
$\rightarrow$  Déterminer  $\mu_{lu}$  dans des abaques ou tableau en fonction de la classe du béton et du rapport  $M_{Ed} / M_{ser}$

116

Détermination de  $\mu_{lu}$  (abaque du BAEI avec  $\theta = 0,85$ )

J. Perchat – Techniques de l'Ingénieur

Pour EC2 : toujours prendre  $\theta = 0,85$



### 3. Armatures de flexion

3.1 Si  $\mu_u \leq \mu_{lu} \rightarrow A' = 0$

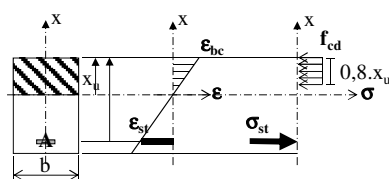
Calcul de  $\alpha_u = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) \rightarrow y_u = \alpha_u d$  (avec  $d = 0,9h$ )

Equation (I) de l'équilibre de la section de la poutre BA

et  $\epsilon_{st}$  entre le pivot A et le point E  $\rightarrow$  acier plastifié  $\rightarrow \sigma_{st} = f_{yd}$

$$\rightarrow A = \frac{0,8 \cdot b \cdot x_u \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Remarque : Si on écrit l'équilibre de la section au centre de gravité du béton comprimé, on obtient :



$$M_{Ed} = A f_{yd} \cdot z_u \rightarrow A = \frac{M_{Ed}}{z_u f_{yd}}$$

avec  $z_u = d - 0,4 \cdot x_u$

118

### 3. Armatures de flexion

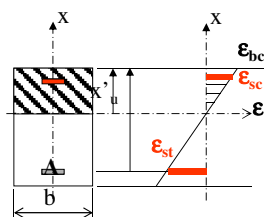
3.2 Si  $\mu_u > \mu_{lu}$  (abaque du BAEL avec  $\theta = 0,85$ )

→  $A' \neq 0$

On impose  $x'_u$  tel que :  $x'_u = \alpha'_u d$  avec  $\alpha'_u = \alpha_{lu} \times \sqrt{\frac{\mu_{lu}}{\mu_u}}$

$$\alpha_{lu} = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}})$$

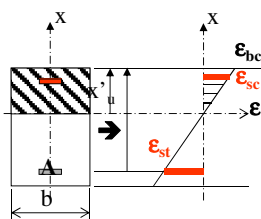
L'équilibre de la section au centre de gravité des aciers tendus s'écrit alors :



$$\rightarrow \begin{cases} -0,8 \cdot x_{BE} \cdot b \cdot f_{cd} - A' \sigma_{sc} + A \sigma_{st} = 0 \\ 0,8 \cdot x_{BE} \cdot b \cdot f_{cd} (d - 0,4 x_{BE}) + A' \sigma_{sc} (d - d') = M_{Ed} \end{cases}$$

119

### 3. Armatures de flexion



$$\varepsilon_{sc} = \frac{x_u' - d'}{x_u'} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \quad d': \text{position des aciers comprimés / fibre sup.}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{se} = \frac{f_{yd}}{E_s} \Rightarrow \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc} \\ \varepsilon_{sc} \geq \varepsilon_{se} = \frac{f_{yd}}{E_s} \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{yd} \end{cases}$$

$$\rightarrow A' = \frac{M_{Ed} - \underbrace{0,8 b \cdot x_u' \cdot f_{cd} (d - 0,4 x_u')}_{M'_{Ed}}}{\sigma_{sc} (d - d')} = \frac{M_{Ed} - M'_{Ed}}{\sigma_{sc} (d - d')}$$

$$\rightarrow A = \frac{1}{f_{yd}} [0,8 b \cdot x_u' \cdot f_{cd} + A' \sigma_{sc}] + \text{vérification ELS}$$

120

### 3. Armatures de flexion

#### Variation de la méthode générale pour :

**Pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa et palier incliné pour les aciers :**

- limitation de la déformation de l'acier au Pivot A
- contrainte dans l'acier peut être supérieure à  $f_{yd}$

**Pour  $50 < f_{ck} \leq 90$  MPa :**

- déformation ultime du béton dépend de sa résistance

- et  $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$$

121

### 3. Armatures de flexion

**Pour  $50 < f_{ck} \leq 90$  MPa :**

- déformation ultime du béton dépend de sa résistance

| Classes de résistance du béton |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |
|--------------------------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $f_{ck}$<br>(MPa)              | 12  | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55  | 60  | 70  | 80  | 90  |
| $\epsilon_{cu2}$<br>(‰)        | 3,5 |    |    |    |    |    |    |    |    | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 |

$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{cu2} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad \rightarrow \quad \mu_{lu} = \mu_{BE} = \lambda \alpha_{BE} \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_{BE} \right)$$

122

### 3. Armatures de flexion

Pour  $50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$  :

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$$

$$\text{et : } \mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 \eta \cdot f_{cd}} \quad \text{soit : } \alpha_u = \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_u} \right)$$

$$\text{Si } \mu_u \leq \mu_{lu} \quad \rightarrow A' = 0 \quad \rightarrow A = \frac{\lambda \cdot b \cdot x_u \cdot \eta f_{cd}}{f_{yd}}$$

Si  $\mu_u > \mu_{lu} \quad \rightarrow A' \neq 0 \quad \rightarrow$  reprendre équations précédentes avec  $\lambda$  et  $\eta$

123

### 3. Armatures de flexion

#### EC2 9.2.1.2

**Pour une poutre** formant une construction monolithique avec ses appuis :

Dimensionner la section sur appuis pour un moment fléchissant résultant de **l'encastrement partiel** d'au moins **0,15 fois le moment fléchissant maximal en travée** (y compris lorsque des appuis simples ont été adoptés dans le calcul)

124





#### 4. Vérifications des contraintes à l'ELS

1. Recherche de la position de l'axe neutre  $y_1$  à l'aide de l'équation des moments statiques de la section homogénéisée réduite (S.H<sub>b</sub>.R.) provenant de l'équation de l'équilibre des résultantes de la section, de l'hypothèse de Bernoulli et de celle d'adhérence parfaite :

$$(I) \rightarrow -\frac{1}{2}bx\sigma_{bc} + A_{s1}\sigma_{st} - A_{s2}\sigma_{sc} = 0$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2}bx\sigma_{bc} + nA_{s1}\frac{(d-x)}{x}\sigma_{bc} - nA_{s2}\frac{(x-d')}{x}\sigma_{bc} = 0$$

$$\rightarrow \frac{b}{2}x^2 - (d-x).n.A_{s1} + (x-d').n.A_{s2} = 0$$

$$\longleftrightarrow \mu = \int_S y.ds = \frac{b}{2}x^2 - (d-x).n.A_{s1} + (x-d').n.A_{s2} = 0$$

127

#### 4. Vérifications des contraintes à l'ELS

2. Calcul du moment d'inertie quadratique  $I_1$  de la S.H<sub>b</sub>.R. provenant de l'équation de l'équilibre des moments de la section par rapport à l'axe neutre :

$$(II) \rightarrow \frac{bx}{2}\sigma_{bc}\left(\frac{2x}{3}\right) + A_{s2}\sigma_{sc}(x-d') + A_{s1}\sigma_{st}(d-x) = M_{ser}$$

$$\rightarrow \frac{bx^3}{3}\left(\frac{\sigma_{bc}}{x}\right) + nA_{s2}(x-d')^2\left(\frac{\sigma_{bc}}{x}\right) + nA_{s1}(d-x)^2\left(\frac{\sigma_{bc}}{x}\right) = M_{ser}$$

$$\rightarrow K.I_1 = M_{ser}$$

$$\text{avec } I_1 = \frac{bx^3}{3} + nA_{s2}(x-d')^2 + nA_{s1}(d-x)^2$$

128

## 4. Vérifications des contraintes à l'ELS

### 3. Calcul des contraintes et vérification :

Dans le béton (**XD, XF et XS** à effectuer sous combinaison caractéristique) :

$$\sigma_{bc\max} = \frac{M_{ser}}{I_1} x \leq \overline{\sigma_{bc}} = 0,6 f_{ck}$$

Dans l'acier (à effectuer sous combinaison caractéristique) :

$$\sigma_{st} = n \frac{M_{ser}}{I_1} (d - x) \leq \overline{\sigma_{st}} = 0,8 f_{yk}$$

129

## 5. Maîtrise de la fissuration (EC2 7.3.4)

### EC2 7.3.2

Si la **maîtrise de la fissuration** est requise, une **quantité minimale d'armatures** est nécessaire :

$$A_{s,\min} \sigma_s = k_c k \cdot f_{ct,eff} A_{ct}$$

$A_{s,\min}$  : section minimale d'armatures dans la zone tendue

$A_{ct}$  : aire de la section droite de béton tendu (avant l'apparition des fissures  $\sigma_{ct} < f_{ct,eff}$ )

$\sigma_s$  : contrainte dans les aciers après la formation de la fissure (peut être prise égale à  $f_{yk}$ )

$f_{ct,eff}$  : valeur moyenne de la résistance en traction du béton ( $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ )

$k$  : réduction des efforts dus aux déformations gênées (prise en compte des contraintes non-uniformes auto-équilibrées)

= 1,0 pour les âmes avec  $h \leq 300$  mm ou les membrures d'une largeur inférieure à 300 mm

= 0,65 pour les âmes avec  $h \geq 800$  mm ou les membrures d'une largeur supérieure à 800 mm (interpolation pour les valeurs intermédiaires)

$k_c$  : prise en compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration et de la modification du bras de levier. Traction pure :  $k_c = 1,0$ . Flexion simple pour une section rectangulaire,  $k_c = 0,4$ . Pour les autres cas → voir le détail en 7.3.2(2)

130

## 5. Maîtrise de la fissuration

Valeurs limites recommandées pour l'ouverture des fissures  $w_k$

$$w_k \leq w_{\max}$$

Tableau 7.1N : Valeurs recommandées de  $w_{\max}$  (mm)

| Classe d'exposition     | Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes | Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
|                         | Combinaison quasi-permanente des charges                                            | Combinaison fréquente des charges                     |
| X0, XC1                 | 0,4 <sup>1</sup>                                                                    | 0,2                                                   |
| XC2, XC3, XC4           | 0,3                                                                                 | 0,2 <sup>2</sup>                                      |
| XD1, XD2, XS1, XS2, XS3 |                                                                                     | Décompression                                         |

NOTE 1 Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.

NOTE 2 Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.

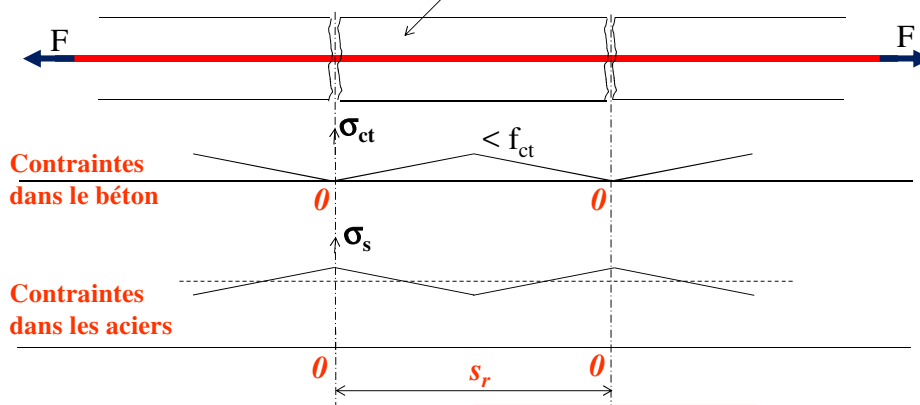
131

## 5. Maîtrise de la fissuration

Aspects théoriques

Fissuration d'un tirant

'Tirant' BA de section droite  $A_c$  ou zone de béton entourant les armatures d'une poutre fléchie assimilable à un tirant



$$F = A_c \sigma_{ct} + A_s \sigma_{s1}$$

132

## 5. Maîtrise de la fissuration

Si la force dans le tirant F est constante :

$$F = A_c \sigma_{ct} + A_s \sigma_{s1} = cste$$

$$\rightarrow dF = A_c d\sigma_{ct} + A_s d\sigma_{s1} = 0$$

Or, on a vu dans le cours sur l'adhérence :  $\pi \cdot \phi \cdot f_{bd} \cdot dx = A \cdot d\sigma_{s1} = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} d\sigma_{s1}$

$$\rightarrow |d\sigma_{ct}| = \frac{A_s}{A_c} d\sigma_{s1} = \frac{A_s}{A_c} \frac{4 f_{bd}}{\phi} dx = \rho \frac{4 f_{bd}}{\phi} dx$$

en posant  $\rho = A_s / A_c$

Si  $f_{bd}$  est constant, on obtient en intégrant :

$$\sigma_{ct} = \int_0^x d\sigma_{ct} = \int_0^x \rho \frac{4 f_{bd}}{\phi} dx = \rho \frac{4 f_{bd}}{\phi} x \quad \rightarrow \text{linéarité des contraintes}$$

## 5. Maîtrise de la fissuration

Le distance minimale entre 2 fissures est telle que :

$$\sigma_{ct} = f_{ct} = \rho \frac{4 f_{bd}}{\phi} s_{r\min}$$

$$\rightarrow s_{r\min} = \frac{\phi}{4\rho} \frac{f_{ct}}{f_{bd}}$$

→ Dans la réalité, l'écartement des fissures  $s_r$  :  $s_{r\min} \leq s_r \leq 2s_{r\min}$

Les fissures apparaissent progressivement de manière aléatoire, quand tous les écartements sont compris entre ces 2 valeurs → c'est **l'état de fissuration complète**, aucune nouvelle fissure ne peut apparaître

→ l'expérience montre qu'en général  $s_r \approx 1,8 s_{r\min}$

## 5. Maîtrise de la fissuration

L'EC2 définit l'ouverture de fissure de calcul à partir de **l'espacement maximal** des fissures  $s_{r,max}$  (résultats de retour d'expérience) afin de se placer en sécurité.

Cette ouverture calculée a un caractère **conventionnel** (sans comparaison possible avec des ouvertures mesurables sur ouvrages).

135

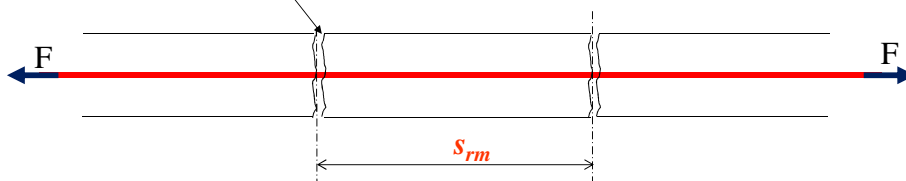
## 5. Maîtrise de la fissuration

### Aspects théoriques

#### Ouverture de fissures d'un tirant en béton armé

L'ouverture moyenne  $w_m$  d'une fissure peut être déterminé en calculant l'allongement moyen d'une armature par rapport à l'allongement du béton sur la longueur comprise entre deux fissures :

$$w_m = s_{rm} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$



136

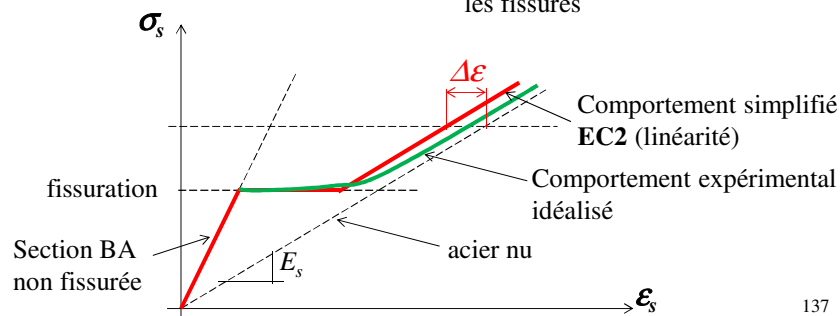
## 5. Maîtrise de la fissuration

Pour une force  $F > F_{fissuration}$  l'allongement relatif de l'acier vaut :

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon$$

Allongement relatif de l'acier nu sans participation du béton tendu

Réduction de la déformation de l'acier par participation du béton tendu entre les fissures



137

## 5. Maîtrise de la fissuration

Considérons l'effort causant la fissuration du tirant :

$$F_f = A_c f_{ct} + A_s \sigma_{s1}$$

L'hypothèse d'adhérence parfaite conduit à :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{s1} \Rightarrow \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_{s1}}{E_s} \Rightarrow \text{lors de la fissuration : } \frac{f_{ct}}{E_c} = \frac{\sigma_{s1}}{E_s}$$

$$\Rightarrow \sigma_{s1} = \frac{E_s}{E_c} f_{ct} = \alpha_e f_{ct} \Rightarrow F_f = (A_c + \alpha_e A_s) f_{ct}$$

après fissuration, seul l'acier reprend l'effort dans le tirant dans la section fissurée, la contrainte dans l'acier dans cette section est donc :

$$\Rightarrow \sigma_{sf} = \frac{F_f}{A_s} = \left( \frac{A_c}{A_s} + \alpha_e \right) f_{ct}$$

138

## 5. Maîtrise de la fissuration

$$\rightarrow \sigma_{sf} = (1 + \alpha_e \rho) \frac{f_{ct}}{\rho} \quad \text{en posant } \rho = A_s / A_c$$

L'EC2 suppose que la déformation moyenne du béton est proportionnelle à la déformation moyenne de l'acier au moment de la fissuration

$$\rightarrow \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{s2} - k_t \varepsilon_{sf} = \frac{1}{E_s} (\sigma_{s2} - k_t \sigma_{sf})$$

$$\rightarrow \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s2} - k_t \frac{f_{ct}}{\rho} (1 + \alpha_e \rho)}{E_s}$$

139

## 5. Maîtrise de la fissuration

### Aspect réglementaire

**Calcul de l'ouverture des fissures  $w_k$  :**  $w_k = s_{r,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$

Si espacement des barres adhérentes  $\geq 5(c + \phi/2) \rightarrow s_{r,\max} = 1,3(h - x)$

Si espacement des barres adhérentes  $< 5(c + \phi/2) \rightarrow s_{r,\max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,\text{eff}}}$

$x$  : distance de la fibre supérieure à l'axe neutre

$\phi$  : diamètre des barres ou diamètre équivalent  $\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$

$c$  : enrobage (en mm)

$k_1 = 0,8$  pour la barres HA, **1,6** pour des aciers effectivement lisses

$k_2 = 0,5$  en flexion, **1** en traction pure et valeur intermédiaire en traction excentrée (7.13)

$k_3 = 3,4 * (25/c)^{2/3}$  si  $c > 25$  mm et **3,4** sinon

$k_4 = 0,425$

$\rho_{p,\text{eff}} = A_s / A_{c,\text{eff}}$  avec  $A_{c,\text{eff}} = b * h_{c,\text{eff}}$  avec  $h_{c,\text{eff}} = \min(2,5(h-d); (h-x)/3; h/2)$

140

## 5. Maîtrise de la fissuration

Calcul de :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$\sigma_s$  : contrainte dans les aciers sous combinaison quasi-permanente (G + 0,3Q)  
en supposant la section fissurée

$k_t = 0,4$  pour un chargement de longue durée, **0,6** pour une courte durée

$f_{ct,eff}$  : valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment où les premières fissures sont supposées apparaître

$\alpha_e$  : rapport  $E_s/E_{cm}$

141

## 5. Maîtrise de la fissuration

### EC2 7.3.3

- Pour **dalles d'épaisseur  $\leq 200$  mm**, aucune mesure particulière n'est à prendre (sauf dispositions constructives EC2 9.3).
- Les éléments dont les fissures sont dues principalement aux charges et respectant les dispositions du Tableau 7.2N **ou** 7.3N peuvent être dispensées de calcul direct.
- Les éléments dont les fissures sont dues principalement aux déformations gênées et respectant les dispositions du Tableau 7.2N peuvent être dispensées de calcul direct.

Tableau 7.2N : Diamètre maximal  $d_s$  des barres pour la maîtrise de la fissuration<sup>1</sup>

| Contrainte de l'acier <sup>2</sup> [MPa] | Diamètre maximal des barres [mm] |                |                |
|------------------------------------------|----------------------------------|----------------|----------------|
|                                          | $w_k = 0,4$ mm                   | $w_k = 0,3$ mm | $w_k = 0,2$ mm |
| 160                                      | 40                               | 32             | 25             |
| 200                                      | 32                               | 25             | 16             |
| 240                                      | 20                               | 16             | 12             |
| 280                                      | 16                               | 12             | 8              |
| 320                                      | 12                               | 10             | 6              |
| 360                                      | 10                               | 8              | 5              |
| 400                                      | 8                                | 6              | 4              |
| 450                                      | 6                                | 5              | —              |

Tableau 7.3N : Espacement maximal des barres pour la maîtrise de la fissuration<sup>1</sup>

| Contrainte de l'acier <sup>2</sup> [MPa] | Espacement maximal des barres [mm] |                |                |
|------------------------------------------|------------------------------------|----------------|----------------|
|                                          | $w_k = 0,4$ mm                     | $w_k = 0,3$ mm | $w_k = 0,2$ mm |
| 160                                      | 300                                | 300            | 200            |
| 200                                      | 300                                | 250            | 150            |
| 240                                      | 250                                | 200            | 100            |
| 280                                      | 200                                | 150            | 50             |
| 320                                      | 150                                | 100            | —              |
| 360                                      | 100                                | 50             | —              |

NOTE 1 Les valeurs du tableau sont basées sur les hypothèses suivantes :

$c = 25$  mm ;  $f_{ct,eff} = 2,9$  MPa ;  $k_{cr} = 0,5$  ;  $(h - d) = 0,1h$  ;  $k_1 = 0,8$  ;  $k_2 = 0,5$  ;  $k_3 = 0,4$  ;  $k = 1,0$  ;  $k_1 = 0,4$  et  $k' = 1,0$

**cf. Notes 1 et 2 dans l'article 7.3.3 sur la restriction de l'utilisation de ces tableaux**



## 6. Dispense de vérification de la flèche

Il n'est pas nécessaire de vérifier la flèche d'une poutre si :

$$\rho \leq \rho_0 \quad \rightarrow \quad \frac{l}{d} < K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck} \frac{\rho_0}{\rho}} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \times \frac{310}{\sigma_s}$$

$$\rho > \rho_0 \quad \rightarrow \quad \frac{l}{d} < K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \times \frac{310}{\sigma_s}$$

avec :  $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$

$$\rho = \frac{A}{bh}$$

$$\rho' = \frac{A'}{bh}$$

(EC2 7.4.2)

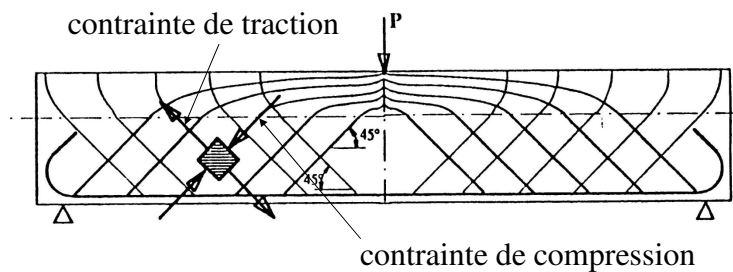
| Système structural                                                                                                                                                    | K   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions                                                                               | 1,0 |
| Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions | 1,3 |
| Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions                                                                                  | 1,5 |
| Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) – pour la portée la plus longue                                                                                     | 1,2 |
| Console                                                                                                                                                               | 0,4 |

# Effort Tranchant et torsion

145

## État de fissuration d'une poutre en BA

L'hypothèse de  $R_t$  négligée implique que les directions principales théoriques de traction et compression dans la zone tendue de la poutre sont à  $45^\circ$ .



146

## 1. Effort tranchant

Les vérifications de l'effort tranchant sont menées à l'**ELU** (EC2 .2) :

1. ELU du béton de l'âme : *vérification* de la résistance en compression des bielles de béton **en zone courante**
2. ELU des armatures d'âme : *dimensionnement* des cadres pour résister aux efforts de traction **en zone courante**
3. ELU des aciers d'ancrage : *dimensionnement* des aciers longitudinaux à prolonger **sur appuis**
4. ELU du béton des bielles d'about : *vérification* de la résistance en compression des bielles de béton **sur appuis**

147

## 1. Effort tranchant

**1. Les armatures d'effort tranchant ne sont pas nécessaires si (EC2, 6.2.1 et 6.2.2) :**

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \left[ \max \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min} \right] + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ ,  $k_l = 0,15$  et,  $v_{min} = (0,34/\gamma_c) f_{ck}^{1/2}$  (pour les dalles ayant un effet de redistribution transversale),  $v_{min} = (0,053/\gamma_c) k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$  (poutres ou poutre-dalle),  $v_{min} = (0,35/\gamma_c) f_{ck}^{1/2}$  (voiles)

$f_{ck}$  en MPa,  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ ,  $d$  en mm,  $\rho_l = A_{sl} / b_w d \leq 0,02$

$A_{sl}$  section des armatures tendues, prolongées sur plus de  $(l_{bd} + d)$  au-delà de la section considérée,  $b_w$  largeur de la section droite dans la zone tendue (mm),  $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 f_{cd}$  en MPa,  $N_{Ed}$  effort normal agissant dans la section droite, dû aux charges extérieures appliquées (ou à la précontrainte), en newtons ( $N_{Ed} > 0$  pour la compression),  $A_c$  section droite du béton (mm<sup>2</sup>)

148

## 1. Effort tranchant

### 2. Cas où les armatures sont nécessaires avec des armatures d'effort tranchant verticales ( $\alpha = 90^\circ$ - EC2, 6.2.3)

#### 2.1 vérification de la compression des bielles ( $\alpha = 90^\circ$ )

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\tan \theta + \cot \theta}$$

$\alpha_{cw} = 1$  pour les éléments non précontraints

$v_1$  réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant

$$v_1 = v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

$\theta$  est l'angle des bielles par rapport à la fibre moyenne de l'élément avec

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5$$

149

## 1. Effort tranchant

### 2.2 détermination des armatures d'effort tranchant ( $\alpha = 90^\circ$ )

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

$A_{sw}$  aire de la section des armatures d'effort tranchant

$s$  espacement des cadres ou étriers

$f_{ywd}$  limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

Aire minimale (EC2, 9.2.2) :

$$\frac{A_{sw}}{s} > \frac{0,08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} b_w$$

Espacement maximal (EC2, 9.2.2) :  $s_{l,max} = 0,75d < 60 \text{ cm}$

150

## 1. Effort tranchant

### 2.3 ancrage des armatures d'about (EC2, 6.2.3 et 9.2)

Au niveau des appuis d'une poutre, il faut ancrer ( $M_{Ed}$  négatif sur appui) :

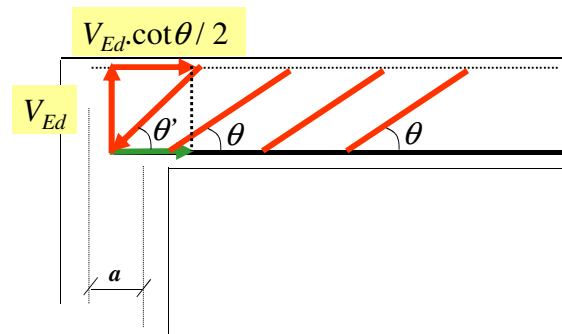
$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} \cot \theta + \frac{M_{Ed}}{z}$$

EC2, 9.2.1.4 : Sur les appuis considérés comme faiblement ou pas encastrés, il faut ancrer **au moins 25% du moment en travée**

151

## 1. Effort tranchant

### 2.4 vérification de la compression des bielles d'about



→ sur appui, l'angle de la bielle d'about est  $\theta'$ :

$$\cot \theta' = \cot \theta / 2$$

152



## 2. Torsion

Hypothèse : La zone centrale des sections n'apportent aucune contribution à la résistance à la torsion

→ sur la base de résultats d'essais, les sections pleines peuvent être modélisées directement par des sections fermées à parois minces équivalentes (EC2, 6.3.1(3))

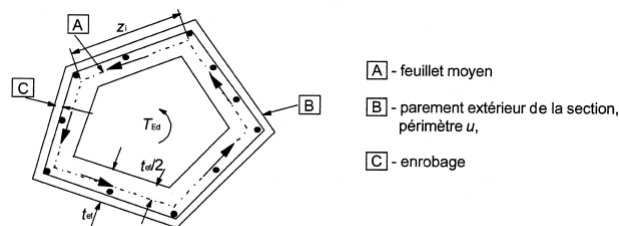


Figure 6.11 : Symboles et définitions utilisés en 6.3

155

## 2. Torsion

**Flux de cisaillement en torsion pure** dans la paroi (EC2, 6.3.2) :

$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k}$$

$T_{Ed}$  : moment de torsion

$A_k$  : aire intérieure au feuillet moyen des parois (partie creuse comprise)

$\tau_{t,i}$  : contrainte tangente de torsion dans la paroi  $i$

$t_{ef,i}$  : épaisseur de la paroi fictive (peut être prise égale à  $A/u$ , ne doit pas être inférieure à deux fois la distance entre le parement extérieur et l'axe des armatures longitudinales; dans le cas de sections creuses, elle est limitée par l'épaisseur réelle de la paroi)

156

## 2. Torsion

**Résistance des bielles de béton**, il faut vérifier que :

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1$$

avec :  $T_{Rd,max} = 2v\alpha_{cw}f_{cd}A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta$

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

157

## 2. Torsion

**Section d'armatures longitudinales** de torsion  $A_{sl}$  :

$$\frac{\sum A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \cot \theta$$

$u_k$  : périmètre de la surface  $A_k$

$f_{yd}$  : limite d'élasticité de calcul des armatures  $A_{sl}$

$\theta$  : angle des bielles de compression

158



## 2. Torsion

Pour les **sections pleines rectangulaires**, un ferrailage minimal (EC2, 9.2.1.1) est suffisant si :

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1$$

$T_{Rd,c}$  : moment de fissuration en torsion pour  $\tau_{t,i} = f_{ctd}$

sinon, il faut une aire d'aciers transversaux  $A_{st}$  telle que :

$$\frac{A_{st} f_{yd}}{s_t} \geq \frac{T_{Ed}}{2A_k \cot \theta}$$

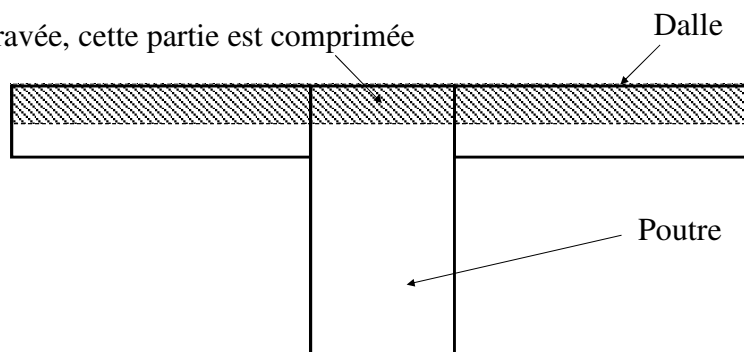
159

# Poutres en T

161

## Introduction

En travée, cette partie est comprimée



Profiter de la dalle pour augmenter la section de béton comprimé  
et ainsi diminuer la section d'acier à mettre en œuvre

162

# Introduction

## PLAN

1. Largeur efficace
2. Étude aux ELU
3. Étude aux ELS
4. Armatures transversales
5. Cisaillement âme-membrures

163

## 1. Largeur efficace

**Largeur efficace** : largeur de la dalle (ou table) participant à la résistance de la poutre dépend de :

- la nature de la poutre (travées indépendantes ou continue),
- du mode d'application des charges (réparties ou concentrées),
- des dimensions de la section.

164

# 1. Largeur efficace

## Largeur participante d'une poutre en T (EC2 5.3.2.1)

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

avec :  $b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

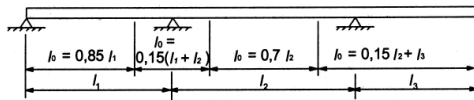


Figure 5.2 : Définition de  $l_0$  pour le calcul de la largeur participante de la table de compression

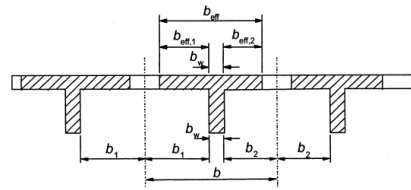
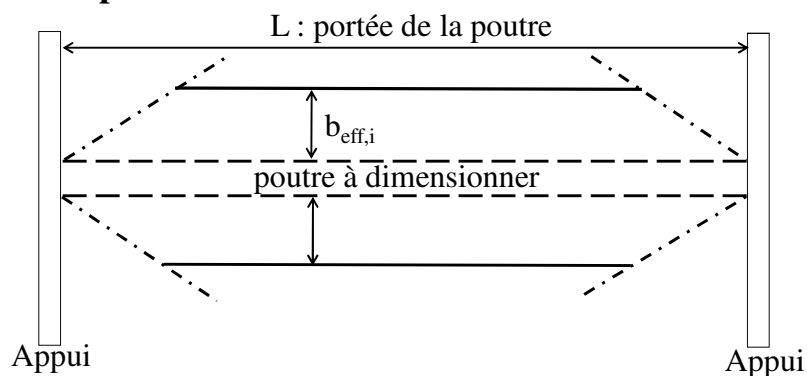


Figure 5.3 : Paramètres déterminant la largeur participante

165

# 1. Largeur efficace

## Vue en plan

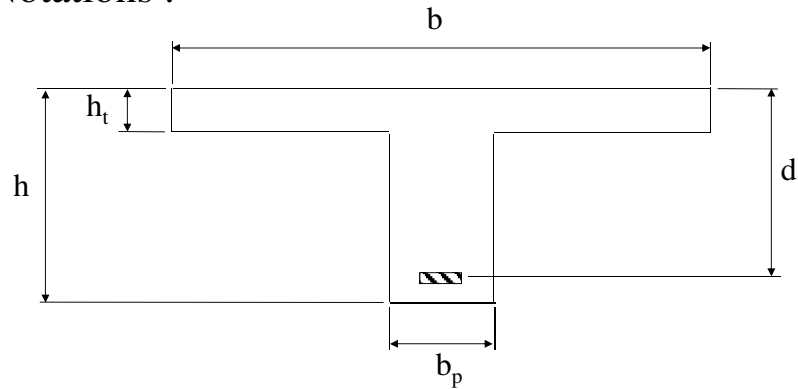


EC2 – 5.3.2.1 4 : l'analyse peut être faite en admettant une largeur de table constante sur toute la portée

166

## 2. Étude aux ELU

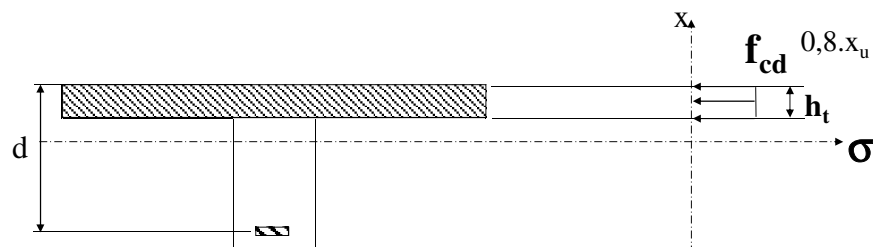
Notations :



167

## 2. Étude aux ELU

- a) Moment maximum repris par la poutre dans le cas où la table travaille entièrement en compression



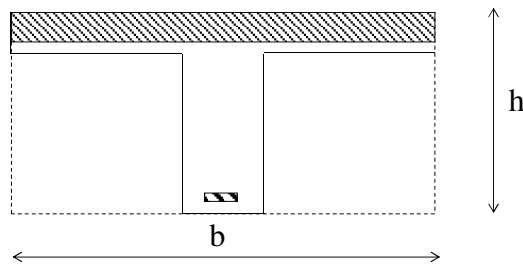
Au centre de gravité des aciers →

$$M_{Rd}^T = h_t \cdot b \cdot f_{cd} \left( d - \frac{h_t}{2} \right)$$

168

## 2. Étude aux ELU

- b)  $M_{Ed} \leq M_{Rd}^T \rightarrow$  la hauteur de béton comprimé intervenant dans le calcul est dans la table de compression,  
Puisque le béton tendu est négligé, la poutre se comporte comme une **poutre rectangulaire fictive de section  $b \times h$** , qu'il suffit donc de dimensionner

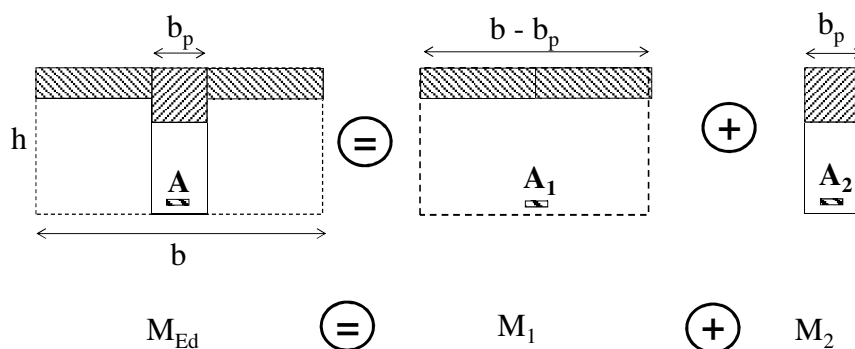


169

## 2. Étude aux ELU

- c)  $M_{Ed} \geq M_{Rd}^T$ , la hauteur de béton comprimé intervenant dans le calcul est dans la nervure (retombée de la poutre)

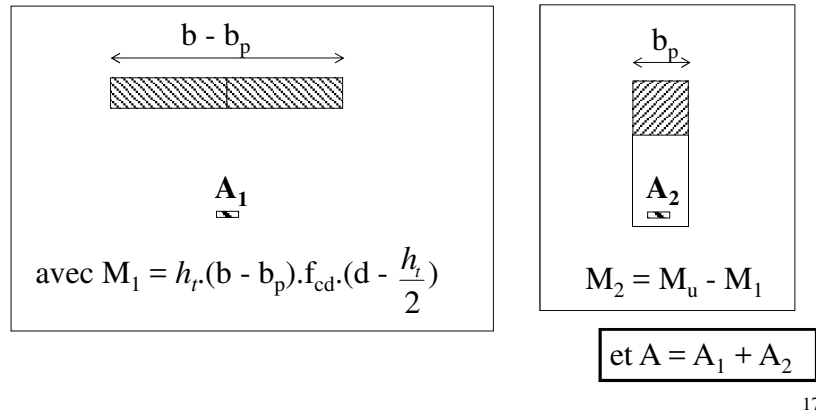
$\rightarrow$  utilisation du Principe de Superposition, en décomposant la section en T, en deux sections rectangulaires



170

## 2. Étude aux ELU

- c) Il suffit de dimensionner ces 2 poutres rectangulaires de dimensions  $(b - b_p) \times h$  et  $b_p \times h$



## 3. Étude aux ELS

Même raisonnement aux ELS avec un diagramme de contrainte linéaire

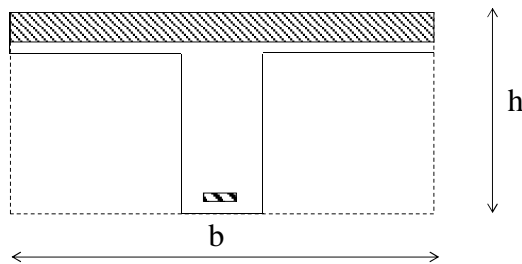
Pour une vérification ELS, on détermine d'abord la position  $x$  de l'axe neutre

- 1) Si l'axe neutre est dans la table, mêmes calculs que pour une poutre rectangulaire
- 2) Si l'axe neutre est dans la retombée, calcul de l'inertie en considérant deux rectangles : celui de la table et celui de la retombée

172

### 3. Étude aux ELS

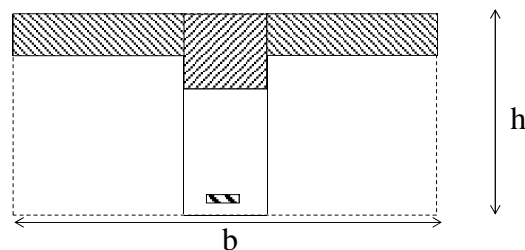
- 1)  $x \leq h_t$ , l'axe neutre est dans la table de compression,  
 → puisque le béton tendu est négligé, la poutre se comporte comme une poutre rectangulaire de section  $b \times h$



173

### 3. Étude aux ELS

- 2)  $x_r \geq h_t$ , l'axe neutre est dans la nervure (retombée de la poutre) → résolution exacte complexe



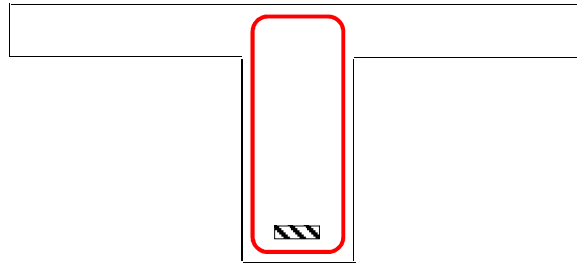
→ Calcul de  $I_1$  puis des contraintes

174



## 4. Armatures transversales

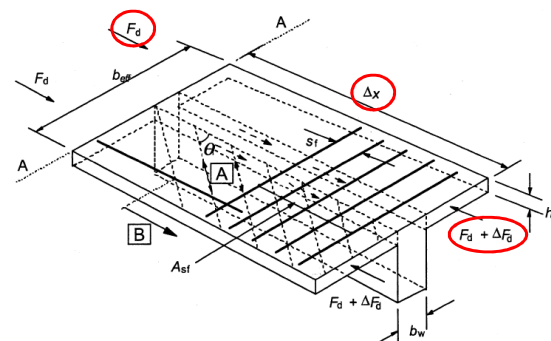
Vérifier la résistance du béton d'âme et dimensionner les armatures d'âme comme pour une poutre rectangulaire



175

## 5. Cisaillement âme-membrures

**Cisaillement entre l'âme et les membrures des sections en T (EC2 6.2.4) :**



[A] - bielles de compression [B] - barre longitudinale ancrée au-delà du point obtenu par construction avec  $\theta_f$  (voir 6.2.4 (7))

176

Figure 6.7 : Notations pour la jonction entre âme et membrures

## 5. Cisaillement âme-membrures

**Contrainte de cisaillement longitudinale** à la jonction entre un côté de la membrure et l'âme :

$v_{Ed}$  = la variation d'effort normal (longitudinal) dans la partie de membrure considérée :

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_t \Delta x}$$

$h_t$  : épaisseur de la membrure à la jonction

$\Delta x$  : longueur de membrure considérée,

$\Delta F_d$  : variation de l'effort normal dans la membrure sur la longueur  $\Delta x$ .

$$\Delta F_d = \lambda \cdot b_{eff} \cdot f_{cd} \cdot [x_u(x + \Delta x) - x_u(x)]$$

$\lambda=0,8$  pour un béton ordinaire

177

## 5. Cisaillement âme-membrures

EC2 6.2.4 (3) :  $\Delta x$  peut être prise égale à **la moitié de la distance entre la section de moment nul et la section de moment maximal** (soit un quart de la portée pour une poutre isostatique supportant une charge uniformément répartie)

178

## 5. Cisaillement âme-membrures

**Vérification de la compression des bielles :**

$$v_{Ed} \leq v \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta_f \cdot \cos \theta_f$$

$$v_1 = v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

$1 \leq \cot \theta_f \leq 2$  : pour les membrures comprimées

$1 \leq \cot \theta_f \leq 1,25$  : pour les membrures tendues

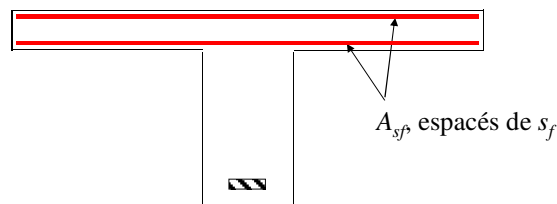
179

## 5. Cisaillement âme-membrures

**Armatures de couture :**

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} h_t}{f_{yd} \cot \theta_f}$$

$A_{sf}$  : section d'un cours d'armature de liaison espacée de  $s_f$



180

## 5. Cisaillement âme-membrures

Si la membrure est une dalle fléchie entre deux nervures parallèles  
et si :

$v_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd}$  avec  $k = 0,4$  recommandé par l'EC2  
**ou** 0,5 en cas de présence de surface verticale de reprise de bétonnage *ou* 1 en absence de surface verticale de reprise de bétonnage pour l'Annexe Nationale française.

alors il est *inutile d'ajouter des armatures* à celles déjà prévues pour reprendre la flexion de la dalle.

Dans le cas contraire, il faut prévoir (EC2 6.2.4 (5))

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \max \left[ \frac{v_{Ed} h_t}{f_{yd} \cot \theta_f}; \frac{1}{2} \frac{v_{Ed} h_t}{f_{yd} \cot \theta_f} + \frac{A_{s,\text{sup}} + A_{s,\text{inf}}}{s_f} \right]$$

181

# Poutres continues

183

## Introduction

EC2 autorise différentes méthodes d'analyse :

- Élastique linéaire (ELS et ELU)
- Élastique linéaire avec redistribution limitée des moments (ELU, pour les bâtiments, les recommandations professionnelles françaises les autorisent également à l'ELS pour les bâtiments)
- Plastique (ELU)
- Non linéaire (méthode de calcul au flambement avec effet du 2<sup>ème</sup> ordre)

Remarque: Les recommandations professionnelles françaises autorise l'utilisation de la méthode de Caquot (BAEL), mais restreint la méthode forfaitaire (BAEL) au cadre du pré-dimensionnement.

184

# Introduction

## PLAN

1. Analyse élastique (EC2)
2. Analyse élastique avec redistribution (EC2)
3. Méthode forfaitaire (BAEL)
4. Méthode de Caquot (BAEL, EC2)
5. Rappel de RdM pour le tracé des courbes enveloppes

185

## 1. Analyse élastique

- L'analyse linéaire, basée sur la Théorie de l'Élasticité, peut être utilisée aux ELS et ELU.
- **Exemple** : Equation des 3 moments donnée pour une poutre continue d'**inertie constante par travée** soumise à des **charges uniformes sur toute la longueur** des portées

$$\frac{L_i}{I_i} M_{i-1} + 2 \left( \frac{L_i}{I_i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \right) M_i + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} M_{i+1} = -\frac{1}{4} \left( \frac{p_i L_i^3}{I_i} + \frac{p_{i+1} L_{i+1}^3}{I_{i+1}} \right)$$

$L_i$ ,  $I_i$  et  $M_i$  la portée, l'inertie et le moment sur l'appui  $i$

- Les calculs sont rapidement complexes → utilisation de l'informatique ou de méthodes simplifiées issues du BAEL (forfaitaire avec vérification ou Caquot)

186

## 2. Avec redistribution

Qu'est-ce que la **redistribution du moment** sur appui ?

Pour prendre en compte l'**état fissuré de la section de béton armé** sur appui dans le cas de poutre continue, l'EC2 autorise **à diminuer la valeur du moment sur appui**

→ Cela provoque une **augmentation du moment en travée**

→ C'est la **redistribution des moments**

L'EC2 autorise la redistribution dans les conditions suivantes :

- rapport des portées comprises entre 0,5 et 2,
- éléments sollicités en flexion,
- le coef de redistribution  $\delta = M_{\text{après}} / M_{\text{avant}}$  dépend de  $x_u$  la hauteur de béton comprimée à l'ELU

187

## 2. Avec redistribution

L'EC2 limite la redistribution à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \geq k_1 + k_2 x_u / d \geq 0,8 \quad (0,7 \text{ pour les aciers de classes B et C}) \\ \text{avec } x_u \text{ après redistribution} \\ \text{et } k_1 = 0,44 \\ \text{et } k_2 = 1,25(0,6 + 0,0014 / \epsilon_{cu2}) \\ \text{Pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa : } \epsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰} \end{array} \right.$$

Pour  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$  et les aciers de classe A

Les recommandations professionnelles françaises autorisent l'utilisation des coef de redistribution calculées à l'ELU pour la détermination des sollicitations à l'ELS pour les **bâtiments**.

188

## 2. Avec redistribution

La détermination de la **redistribution permise  $\delta$**  dépend de la redistribution utilisée dans le calcul de la section à travers  **$x_u$**

$$\delta \geq k_1 + k_2 x_u / d \geq 0,8$$

avec  **$x_u$  après redistribution**

$$\text{Or } \alpha_u = x_u / d = \frac{1}{\lambda} k_2 (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u})$$

Définissons :

**$\mu_{u\_av}$**  : le  $\mu_u$  avant l'application de la redistribution du moment

**$\mu_{u\_ap}$**  : le  $\mu_u$  après l'application de la redistribution du moment

$$\text{Et : } \mu_{u\_ap} = \frac{\delta M_{Ed\_av}}{bd^2 \eta \cdot f_{cd}} = \delta \mu_{u\_av}$$

$$\text{On peut donc écrire : } \delta \geq k_1 + \frac{1}{\lambda} k_2 (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{u\_ap}})$$

189

## 2. Avec redistribution

$$\text{On peut donc écrire : } \delta \geq k_1 + \frac{1}{\lambda} k_2 (1 - \sqrt{1 - 2\delta \mu_{u\_av}})$$

$$\text{soit : } \left( \delta - k_1 - \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \geq \left( \frac{k_2}{\lambda} \sqrt{1 - 2\delta \mu_{u\_av}} \right)^2$$

$$\text{soit : } \delta^2 - 2 \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right) \delta + \left( -k_1 - \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \geq \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 - 2 \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \delta \mu_{u\_av}$$

$$\text{soit : } \delta^2 + 2 \left[ - \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right) + \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \mu_{u\_av} \right] \delta + \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 - \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \geq 0$$

La redistribution permise est donc solution de cette équation du 2<sup>nd</sup> degré en  **$\delta$** .

190



## 2. Avec redistribution

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = \left[ 2 \left[ - \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right) + \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \mu_{u_{av}} \right] \right]^2 - 4 \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 - 4 \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2$$

et les deux solutions :

$$\delta_1 = - \left[ - \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right) + \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \mu_{u_{av}} \right] - \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{solution à retenir pour la redistribution}$$

$$\delta_2 = - \left[ - \left( k_1 + \frac{k_2}{\lambda} \right) + \left( \frac{k_2}{\lambda} \right)^2 \mu_{u_{av}} \right] + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$$

191

## 2. Avec redistribution

**Pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa et  
les aciers de classe A**

**$\lambda = 0,8$**

$$\delta \geq k_1 + k_2 x_u / d \geq 0,8$$

avec  $x_u$  après redistribution

et  $k_1 = 0,44$

et  $k_2 = 1,25(0,6 + 0,0014 / \epsilon_{cu2})$

Pour  $f_{ck} \leq 50$  MPa :  $\epsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰}$

**peut s'écrire :**

$$\delta \geq \frac{1}{2} \left[ - (4,8828125 \mu_{u_{avant}} - 4,005) - \sqrt{\Delta} \right] \geq 0,8$$

$$\text{avec } \Delta = (4,8828125 \mu_{u_{avant}} - 4,005)^2 - 6,2744$$

192

### 3. Méthode Forfaitaire

#### Domaine d'application :

- « Constructions courantes » (charges d'exploitation modérées),  $Q \leq \max(2G; 5000 \text{ N/m}^2)$
- les portées successives sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25
- les moments d'inertie des sections transversales sont les mêmes dans les différentes travées en continuité,
- la fissuration ne compromet pas la tenue du BA et de ses revêtements.

193

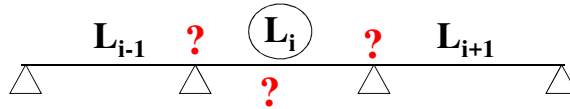
### 3. Méthode Forfaitaire

Les recommandations professionnelles relatives à l'application de l'EC2 en France indique que 'l'utilisation et le domaine de cette méthode ne sont pas du domaine du dimensionnement mais restent du domaine du pré-dimensionnement et de celui de la vérification d'ouvrages'

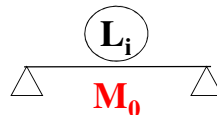
194

### 3. Méthode Forfaitaire

Principe : Soit une poutre continue



et la poutre isostatique associée à la travée  $i$  dite « travée de comparaison » :



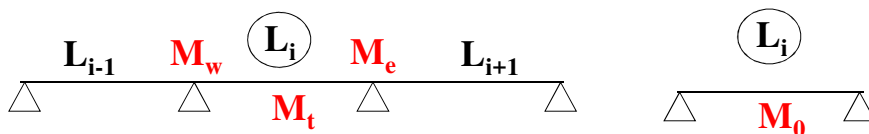
→ évaluer les valeurs des moments maximums en travée et sur appuis par rapport à des fractions fixées forfaitairement de la valeur  $M_0$ , moment maximum de la travée de comparaison

195

### 3. Méthode Forfaitaire

Notations

- $M_0$  : valeur maximale du moment fléchissant dans la travée de comparaison de portée  $L_i$  **entre nus**,
- $M_w$  et  $M_e$ , respectivement les valeurs absolues des moments sur appuis de gauche et de droite et  $M_t$ , moment maximal en travée de la travée considérée,



- $\alpha$  : rapport des charges d'exploitation à la somme des charges permanentes et des charges d'exploitation

$$\alpha = \frac{Q}{G + Q}$$

196

### 3. Méthode Forfaitaire

#### Applications

Les valeurs de  $M_t$ ,  $M_w$  et  $M_e$  doivent vérifier les conditions suivantes :

$$1. M_t \geq \max ( 1,05.M_0 ; (1 + 0,3 \alpha) M_0 ) - \frac{M_w + M_e}{2}$$

$$2. M_t \geq \frac{1+0,3\alpha}{2} M_0 \quad \text{dans une travée intermédiaire}$$

$$M_t \geq \frac{1,2+0,3\alpha}{2} M_0 \quad \text{dans une travée de rive}$$

3. La valeur absolue des moments sur appui intermédiaire doit être **au moins égale à** :

$0,6.M_0$  pour une poutre à 2 travées,

$0,5.M_0$  pour les appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de 2 travées,

$0,4.M_0$  pour les autres appuis intermédiaires d'une poutre à plus de 3 travées

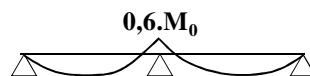
### 3. Méthode Forfaitaire

#### Pratique :

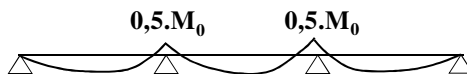
a. Détermination du **moment isostatique** des travées de comparaison  $M_0$ ,

b. Détermination des **moments sur appuis** : application d'un des 3 cas suivants :

#### Poutre à 2 travées



#### Poutre à 3 travées



#### Poutre à plus de 3 travées

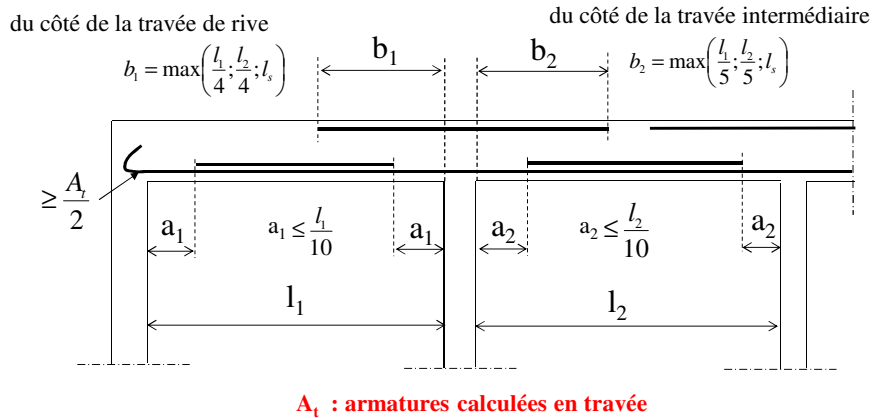


$M_0$  est la valeur maximale des moments isostatiques des deux travées de comparaison voisines de l'appui considéré.

c. Détermination des **moments en travée**  $M_t$  par application des conditions 1<sup>ère</sup> et 2.

### 3. Arrêts de barres forfaitaires

Forfaitairement, si  $q < g$  et si les charges sont uniformément réparties, on peut se passer de tracer la courbe enveloppe



199

### 4. Méthode de Caquot

Les recommandations professionnelles relatives à l'application de l'EC2 en France (**Clause 5.6.1**) recommande cette méthode pour les poutrelles et poutres des planchers autres que ceux à charge d'exploitation modérée.

200

## 4. Méthode de Caquot

### Domaine d'application :

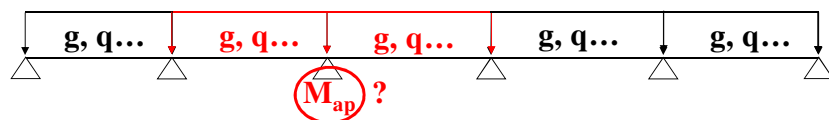
- « Constructions industrielles » (charge d'exploitation élevée)  
 $Q > \inf(2G; 5000 \text{ N/m}^2)$ ,
- Cette méthode s'applique également aux planchers à charge d'exploitation modérée lorsque que l'une des conditions de la méthode forfaitaire n'est pas remplie

201

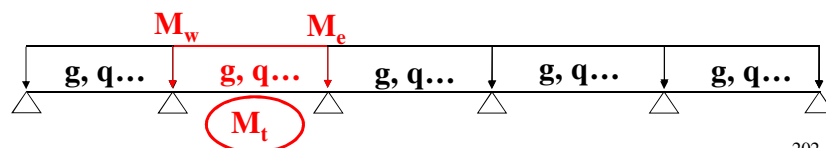
## 4. Méthode de Caquot

### Principe :

- Calcul forfaitaire du moment de flexion sur appui en ne prenant en compte que les charges appliquées aux deux travées qui l'encadrent



- Calcul du moment de flexion dans la travée à partir des charges appliquées à cette travée et des moments aux appuis qui l'encadrent.



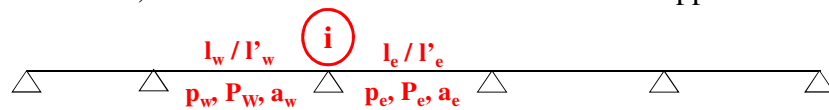
202

## 4. Méthode de Caquot

### Notations

Soit l'appui  $i$  d'une poutre continue :

- $l_w$  et  $l_e$ , respectivement les portées **entre nus** à gauche et à droite de l'appui,
- $l'_w$  et  $l'_e$ , les travées fictives respectivement à gauche et à droite de l'appui  $i$ ,  
 $l' = l$  si la travée est simplement appuyée sur l'autre appui,  
 $l' = 0,8.l$  si elle est continue au-delà de l'autre appui.



- $p_w$  et  $p_e$ , les charges réparties uniformes de ces deux travées,
- $P_w$  et  $P_e$ , les charges concentrées appliquées à des distances  $a_w$  et  $a_e$  de l'appui  $i$

203

## 4. Méthode de Caquot

### Application

pour des poutres à **inertie constante** le long de la poutre continue, le **moment d'appui** est égal en valeur absolue à :

- dans le cas où le chargement est constitué de charges réparties :

$$\frac{p_w l_w'^3 + p_e l_e'^3}{8,5(l'_w + l'_e)}$$

- dans le cas où le chargement est constitué de charges concentrée :

$$\frac{k P_w l_w'^2}{l'_w + l'_e} \quad \text{ou} \quad \frac{k P_e l_e'^2}{l'_w + l'_e}$$

avec  $k$  qui peut s'écrire de manière analytique sous la forme :

$$k = \frac{1}{2,125} \frac{a}{l'} \left( 1 - \frac{a}{l'} \right) \left( 2 - \frac{a}{l'} \right)$$

204

## 4. Méthode de Caquot

### Application

pour des poutres à **inertie variable** le long de la poutre continue, le **moment d'appui** est égal en valeur absolue à :

- dans le cas où le chargement est constitué de charges réparties :

$$\frac{p_w l_w'^2 + \beta p_e l_e'^2}{8,5(1 + \beta)}$$

- dans le cas où le chargement est constitué de charges concentrées :

$$\frac{kP_e l_e'}{1 + \beta} \quad \text{ou} \quad \frac{kP_e l_e' \beta}{1 + \beta}$$

avec :

- $I_w$  et  $I_e$ , les moments d'inertie des travées de gauche et de droite

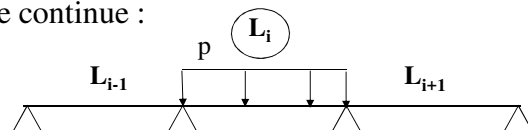
- $\beta$  est le rapport  $\frac{l_e' I_w}{l_w' I_e}$

205

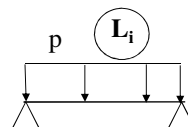
## 5. Courbes enveloppes

**Pour tracer les courbes enveloppes :**

Soit une partie d'une poutre continue :

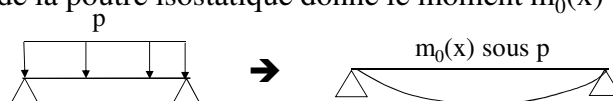


et sa poutre isostatique associée



1. les méthodes forfaitaires et Caquot donnent les moments aux appuis  $M_w$  et  $M_e$ ,

2. l'étude de la poutre isostatique donne le moment  $m_0(x)$



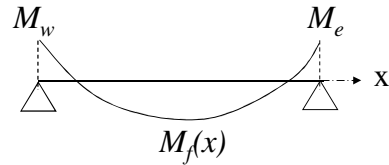
206



## 5. Courbes enveloppes

Le moment  $M(x)$  le long de la travée de la poutre continue est donnée par :

$$M_f(x) = m_0(x) + M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_e \frac{x}{l}$$



Pour obtenir le moment maximum en travée, il suffit alors de dériver cette expression par rapport à  $x$ , donc de résoudre :

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{dm_0(x)}{dx} - \frac{M_w}{l} + \frac{M_e}{l} = 0$$

pour obtenir l'abscisse  $x_{Max}$  du maximum, et calculer  $M_f(x_{Max})$  <sup>207</sup>

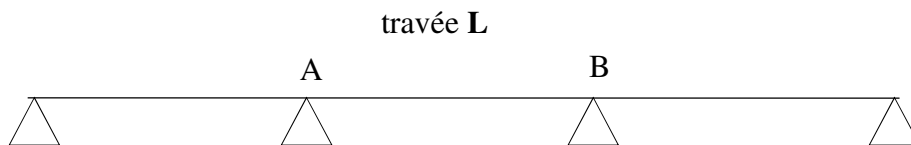
## 5. Courbes enveloppes

De même l'effort tranchant est obtenu en dérivant  $M_f(x)$  :

$$V(x) = -\frac{dM_f(x)}{dx} = -\frac{dm_0(x)}{dx} + \frac{M_w}{l} - \frac{M_e}{l} = V_0(x) + \frac{M_w}{l} - \frac{M_e}{l}$$

## 5. Courbes enveloppes

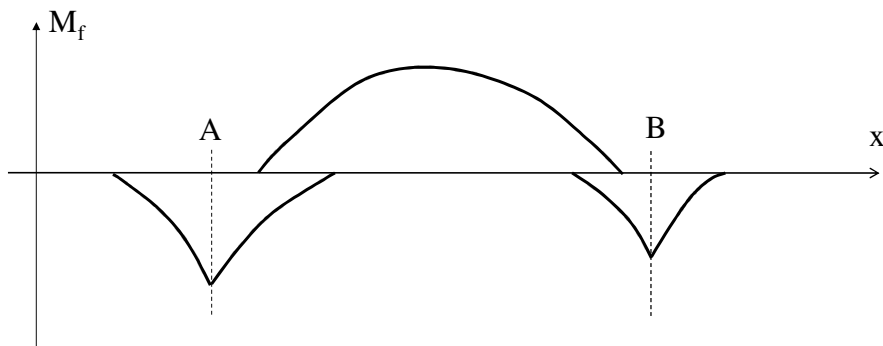
Poutre étudiée :



209

## 5. Courbes enveloppes

Les différents cas de charge ont donné la courbe enveloppe suivante :



210

## 5. Courbes enveloppes

**EC2 9.2.1.3** : Pour évaluer l'effort agissant sur une membrure tendue, il convient de décaler la courbe enveloppe de la distance

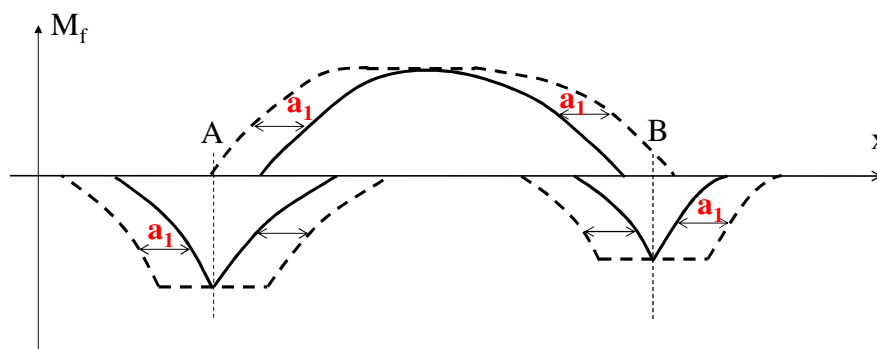
$$a_1 = z (\cot \theta - \cot \alpha) / 2$$

dépend de l'orientation choisie pour les bielles d'effort tranchant

211

## 5. Courbes enveloppes

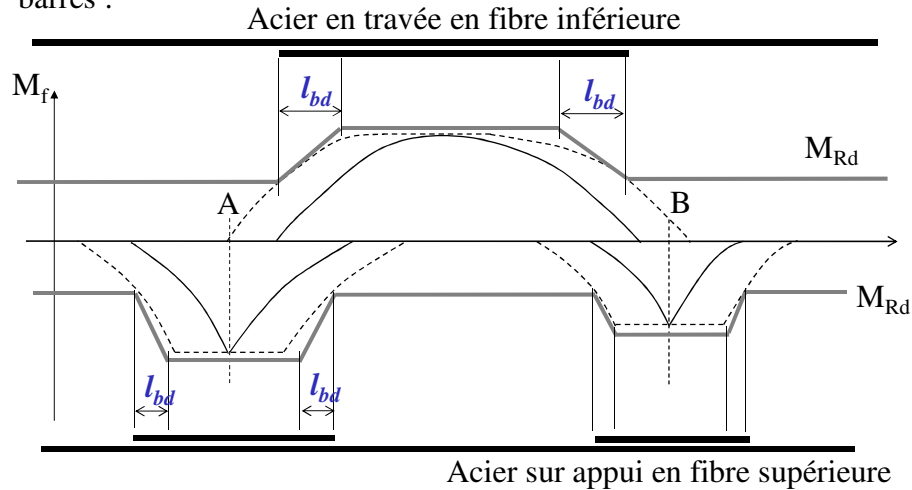
Courbe enveloppe décalée de  $a_1$  :



212

## 5. Courbes enveloppes

On en déduit la courbe des moments résistants et donc l'arrêt des barres :



## 5. Courbes enveloppes

**EC2 6.2.3(5)** : Dans les parties sans discontinuité de  $V_{Ed}$  (chargement uniforme), la détermination des armatures d'effort tranchant sur une longueur élémentaire

$$l = z (\cot \theta + \cot \alpha)$$

peut être effectuée en utilisant la plus petite valeur de  $V_{Ed}$  sur cette longueur.

# Dalles rectangulaires

215

## Dalles rectangulaires

### PLAN

Introduction

1. Portées
2. Poutres Dalles
3. Dalles portant sur 4 côtés articulés
4. Dalles continues
5. Section d'acier minimale
6. Effort tranchant

216

## Introduction

Différents types de planchers :

- planchers à poutres parallèles rapprochées,
- planchers avec dalle reposant sur des poutres secondaires et des poutres principales,
- planchers à hourdis creux,
- planchers champignons et planchers dalles.

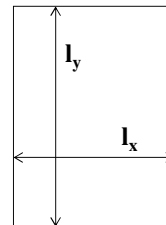
217

## 1. Portées

1. Dalle reposant sur 2 côtés → dimensionnement type 'poutre'
2. Dalle reposant sur 4 côtés :

- $l_x$  : portée la plus petite,
- $l_y$  : portée la plus grande,
- $\alpha$  : élancement du panneau,
- $e_d$  : épaisseur de la dalle

$$\alpha = \frac{l_x}{l_y}$$



Si  $\alpha < 0,5$  : la dalle est considérée comme une poutre-dalle ne reposant que sur ses 2 grands côtés (EC2 5.3.1 (5)),

Si  $\alpha \geq 0,5$  : le calcul doit prendre en compte que la dalle repose sur ses 4 côtés.

## 2. Poutres Dalles

La dalle se comporte comme une poutre de portée  $l_x$ ,

Les armatures sont dimensionnées comme pour une poutre de section  $e_d \times 1 \text{ m}$  et de portée  $l_x$ .

Remarque : Dans le cas d'une poutre-dalle continue, les mêmes méthodes de calcul peuvent être effectuées.

Dans l'autre direction, il faut assurer le **ferraillage minimum de flexion**

219

## 3. Dalles portant sur 4 côtés articulés

Calcul théorique possible à l'aide de la théorie des plaques

→ Résolution complexe

→ Utilisation d'abaques ou de calculs par éléments finis

Les recommandations professionnelles relatives à l'application de l'EC2 en France reconduisent les abaques déjà présents dans le BAEL qui donnent des résultats similaires à des calculs EF.

220

### 3. Dalles portant sur 4 côtés articulés

Les moments fléchissants développés au **centre** d'un panneau articulé sur son contour sont (NFP 18-717) :

a) dans le sens  $l_x$  :  $M_x = \mu_x \cdot p \cdot l_x^2$

b) dans le sens  $l_y$  :  $M_y = \mu_y \cdot M_x$

avec  $p$  : **charge uniformément répartie** par unité d'aire et couvrant entièrement la dalle

$\mu_x$  et  $\mu_y$  : coefficients donnés par des abaques en fonction de  $\alpha$

221

$$M_x = \mu_x \cdot p \cdot l_x^2$$

$$M_y = \mu_y \cdot M_x$$

| $\alpha$ | hyp. : béton fissuré (ELU - coef Poisson = 0) |         |                    | hyp. : béton non fissuré (ELS - coef Poisson = 0.2) |         |                    |
|----------|-----------------------------------------------|---------|--------------------|-----------------------------------------------------|---------|--------------------|
|          | $\mu_x$                                       | $\mu_y$ | $(Eh^3f)/(pL_x^4)$ | $\mu_x$                                             | $\mu_y$ | $(Eh^3f)/(pL_x^4)$ |
| 0.50     | 0.0965                                        | 0.2584  | 0.1215             | 0.0999                                              | 0.383   | 0.1167             |
| 0.55     | 0.0892                                        | 0.2889  | 0.1128             | 0.0934                                              | 0.4211  | 0.1082             |
| 0.60     | 0.0820                                        | 0.3289  | 0.104              | 0.0869                                              | 0.4682  | 0.0998             |
| 0.65     | 0.0750                                        | 0.3781  | 0.0955             | 0.0804                                              | 0.5237  | 0.0916             |
| 0.70     | 0.0683                                        | 0.4388  | 0.0873             | 0.0742                                              | 0.5831  | 0.0838             |
| 0.75     | 0.0620                                        | 0.5124  | 0.0795             | 0.0683                                              | 0.6458  | 0.0764             |
| 0.80     | 0.0561                                        | 0.5964  | 0.0723             | 0.0627                                              | 0.7115  | 0.0694             |
| 0.85     | 0.0506                                        | 0.6871  | 0.0656             | 0.0575                                              | 0.7799  | 0.063              |
| 0.90     | 0.0456                                        | 0.7845  | 0.0595             | 0.0527                                              | 0.8510  | 0.0571             |
| 0.95     | 0.0410                                        | 0.8887  | 0.0539             | 0.0483                                              | 0.9244  | 0.0517             |
| 1.00     | 0.0368                                        | 1.0000  | 0.0487             | 0.0442                                              | 1.0000  | 0.0468             |

abaque de la NFP 18-717



## 4. Dalles continues (autres que les poutres-dalles)

### Notations :

$M_{0x}$  et  $M_{0y}$  : moments de la dalle isostatique associée dans les 2 directions X et Y,

$M_{tx}$  et  $M_{ty}$  : moments en travée dans les 2 directions X et Y,

$M_{ax}$  et  $M_{ay}$  : moments sur appuis dans les 2 directions X et Y,

223

## 4. Dalles continues (autres que les poutres-dalles)

Il faut respecter dans les deux directions l'article A.8.2,32 (BAEL) :

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1,25.M_0$$

Ce qui peut être obtenu avec

### Panneau courant :

|               | En travée                                              | Sur appui                         |
|---------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Possibilité 1 | $M_{tx} \geq 0,85.M_{0x}$<br>$M_{ty} \geq 0,85.M_{0y}$ | $M_{ax} = M_{ay} \geq 0,4.M_{0x}$ |
| Possibilité 2 | $M_{tx} \geq 0,75.M_{0x}$<br>$M_{ty} \geq 0,75.M_{0y}$ | $M_{ax} = M_{ay} \geq 0,5.M_{0x}$ |

## 4. Dalles continues (autres que les poutres-dalles)

Panneau de rive :

BAEL : appui de rive d'une dalle  $M_e$  et  $M_w \geq 0,15.M_0$

et respecter  $M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1,25.M_0$

exemple :

si le bord libre est le bord gauche : on peut prendre  $M_t = 0,85 M_0$ ,  
 $M_a = M_w = 0,3.M_0$  et  $M_e = 0,5.M_0$

225

## 5. Section d'acier minimale

EC2, 9.2 : Comme pour les poutres, la **section d'armatures longitudinale d'une dalle dans les deux directions doit être supérieure ou égale à :**

$$A_{s,min} = \max \left[ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d; 0,0013 b_t d \right]$$

$b_t$  : largeur moyenne de la zone tendue

## 6. Effort tranchant

Pour une dalle, portant sur 4 côtés, on pourra utiliser les formules suivantes :

$$\text{Si } \alpha \geq 0,5 \quad \left\{ \begin{array}{l} V_x = \frac{p \cdot l_x}{2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha/2} \\ V_y = \frac{p \cdot l_y}{3} \end{array} \right.$$

227

## 6. Effort tranchant

**Les armatures d'effort tranchant ne sont pas nécessaires si (EC2, 6.2.1 et 6.2.2) :**

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \left[ \max \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min} \right] + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$ ,  $k_l = 0,15$  et,  $v_{min} = (0,34/\gamma_c) f_{ck}^{1/2}$  (pour les dalles ayant un effet de redistribution transversale),  $v_{min} = (0,053/\gamma_c) k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$  (pour les poutres-dalles)

$$f_{ck} \text{ en MPa, } k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad , \quad d \text{ en mm, } \rho_l = A_{sl} / b_w d \leq 0,02$$

$A_{sl}$  section des armatures tendues, prolongées sur plus de  $(l_{bd} + d)$  au-delà de la section considérée,  $b_w$  largeur de la section droite dans la zone tendue (mm),  $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 f_{cd}$  en MPa,  $N_{Ed}$  effort normal agissant dans la section droite en newtons ( $N_{Ed} > 0$  pour la compression),  $A_c$  section droite du béton (mm<sup>2</sup>)

**→ si des aciers d'effort tranchant sont nécessaires, les calculer comme pour une poutre**

## Méthode 'bielles / tirants'

229

### Introduction

#### **Méthode 'bielles / tirants' :**

- ➔ généralisation du modèle de treillis de Ritter-Mörsch et de la méthode des bielles appliquée aux semelles
- ➔ utilisation dans des régions de continuité des poutres et des dalles dans l'état fissuré (EC2, 6.1-6.4)
- ➔ utilisation dans les régions de discontinuités (EC2, 6.5)

230

## Introduction

### **La définition de modèles Bielles-Tirants appropriée à chaque problème s'appuie sur :**

- les distributions de contraintes données par la théorie élastique linéaire
- la méthode du cheminement des charges

Les directions des *bielles* et des *tirants* sont confondues avec celles des résultantes des efforts de compression et de traction

Les *nœuds* sont situés à l'intersection des bielles et des tirants

231

## Introduction

### **PLAN**

1. Généralités
2. Justifications
3. Application aux semelles superficielles
4. Application aux poutres voiles
5. Application aux consoles courtes

232

## 1. Généralités

**Les modèles Bielles-Tirants sont constitués de 3 éléments :**

- **bielles** : soumises à des contraintes données de compression,
- **tirants** : représentant les armatures,
- **nœuds** : éléments assurant la connexion.

→ **les justifications sont menées à l'ELU**

233

## 2. Justifications

**Bielles en béton (EC2, 6.5.2)**

→ Il faut vérifier dans la bielle que :  $\sigma_{cc} \leq \sigma_{Rd,max}$

→ avec ou sans compression transversale : la **résistance** d'une bielle en béton :

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$$

→ avec traction transversale (zones de compression fissurée) : la **résistance** d'une bielle en béton :  $\sigma_{Rd,max} = 0,6\nu' f_{cd}$

$$\text{avec : } \nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

234

## 2. Justifications

### Tirants en acier (EC2, 6.5.3)

→ Dimensionner les aciers des **tirants principaux** (éléments en traction dans le treillis) et les **tirants secondaires** (empêchant le fendage des bielles en compression)

→ **résistance** des tirants en acier :  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$

→ les armatures doivent être ancrées de manière suffisante dans les nœuds

235

## 2. Justifications

→ l'EC2 propose des expressions pour déterminer l'effort T de **traction transversale** dans les **tirants secondaires**

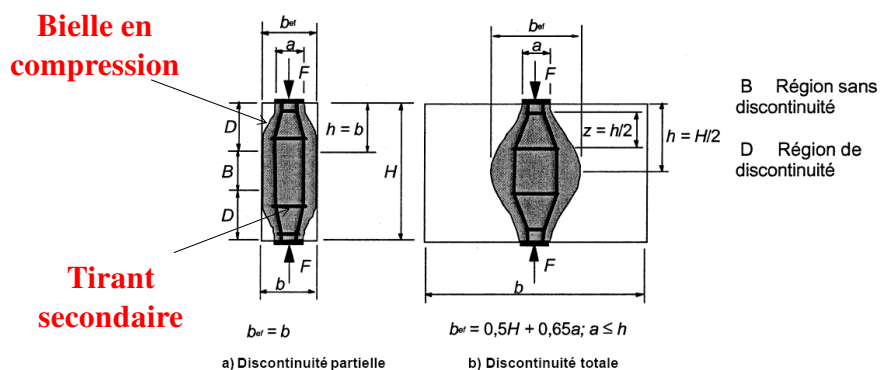


Figure 6.25 : Efforts transversaux de traction dans un champ de contraintes de compression avec armatures réparties

236

## 2. Justifications

➔ L'effort T de traction transversale dans les tirants secondaires peut être pris égal à :

a) régions de discontinuité partielle ( $b \leq H/2$ ) : 
$$T = \frac{1}{4} \frac{b-a}{b} F$$

b) régions de discontinuité totale ( $b > H/2$ ) : 
$$T = \frac{1}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{a}{H} \right)^2 F$$

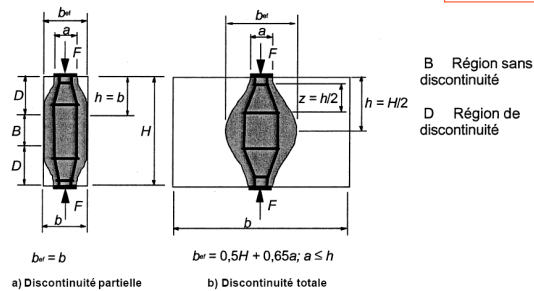


Figure 6.25 : Efforts transversaux de traction dans un champ de contraintes de compression avec armatures réparties

237

## 2. Justifications

### Nœuds (EC2, 6.5.4)

➔ les forces agissant aux nœuds doivent être en équilibre

Résistance du nœud :

a) nœuds en compression sans tirant ancré

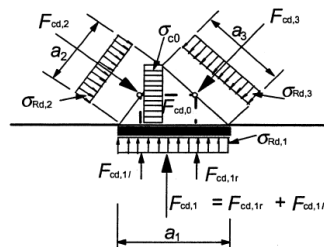


Figure 6.26 : Nœud soumis à compression, sans tirant

$$\sigma_{Rd} = \max[\sigma_{Rd1}; \sigma_{Rd2}; \sigma_{Rd3}] \leq \sigma_{Rd,max} = \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

238



## 2. Justifications

Résistance du nœud :

b) nœuds en compression-traction avec tirant ancré dans une direction

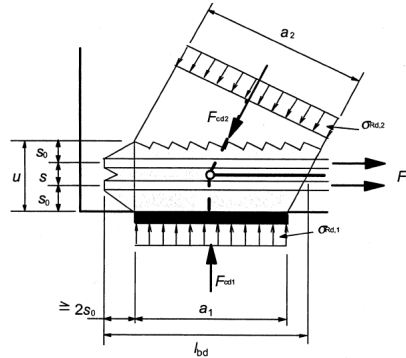


Figure 6.27 : Nœud soumis à compression et à traction, avec armatures dans une direction

$$\sigma_{Rd} = \max[\sigma_{Rd1}; \sigma_{Rd2}] \leq \sigma_{Rd,max} = 0,85 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

239

## 2. Justifications

Résistance du nœud :

c) nœuds en compression-traction avec tirant ancré dans plusieurs directions

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75 \nu' f_{cd}$$

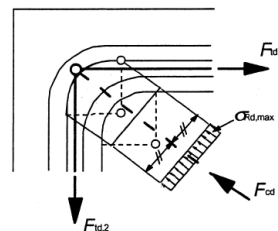
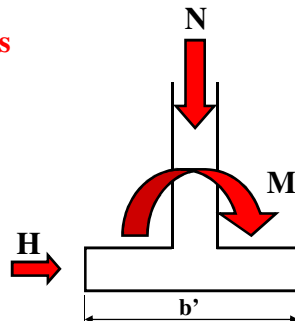


Figure 6.28 : Nœud soumis à compression et à traction, avec armatures dans deux directions

240

### 3. Application aux semelles superficielles

#### Généralités



On définit  $e$  /  $e = \frac{M}{N}$

Si  $e > b'/2 \rightarrow$  semelle instable

Si  $e < b'/6 \rightarrow$  interface entièrement comprimée

**Remarque : Enrobage des armatures d'une semelle  $\geq 3$  cm**

241

### 3. Application aux semelles superficielles

**Contrainte limite de calcul  $q$**  (issue des rapport d'essais de sol) :

| Nature du sol                                                | $q$ (MPa)          |
|--------------------------------------------------------------|--------------------|
| - Roches peu fissurées saines et de stratification favorable | <b>0,75 à 4,5</b>  |
| - Terrains non cohérents à bonne compacité                   | <b>0,35 à 0,75</b> |
| - Terrains non cohérents à compacité moyenne                 | <b>0,2 à 0,4</b>   |
| - Argiles                                                    | <b>0,1 à 0,3</b>   |

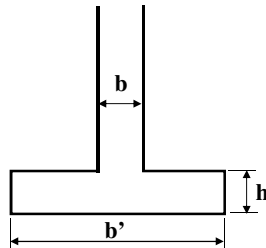
Dans le cas d'une semelle soumise à une charge verticale centrée,  $S$ , la surface de la fondation est telle que :

$$\frac{N_{ser}}{S} \leq q_{ser} \quad (\text{à vérifier à ELS})$$

242

### 3. Application aux semelles superficielles

#### Condition de rigidité de la semelle



Si  $(b' - b)/2 \leq h \rightarrow$  semelle rigide  $\rightarrow$  application de la **méthode B-T**

Si  $h \leq (b' - b)/2 \leq 3h \rightarrow$  semelle semi-rigide  $\rightarrow$  interpolation entre la méthode B-T et la méthode par flexion

Si  $3h \leq (b' - b)/2 \rightarrow$  semelle flexible  $\rightarrow$  **méthode par flexion**

243

### 3. Application aux semelles superficielles

**Rappel :** Condition de rigidité selon le DTU 13-12

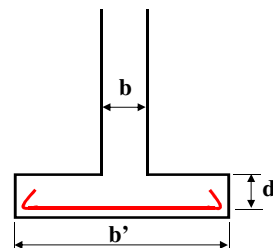
Pour avoir une semelle suffisamment rigide, il **fallait** avoir:

$$\frac{b' - b}{4} \leq d \leq b' - b$$

avec  $d \approx h$

$$\text{soit } \frac{h}{2} \leq \frac{b' - b}{2} \leq 2h$$

**$\rightarrow$  semelle rigide ou semi-rigide**



244

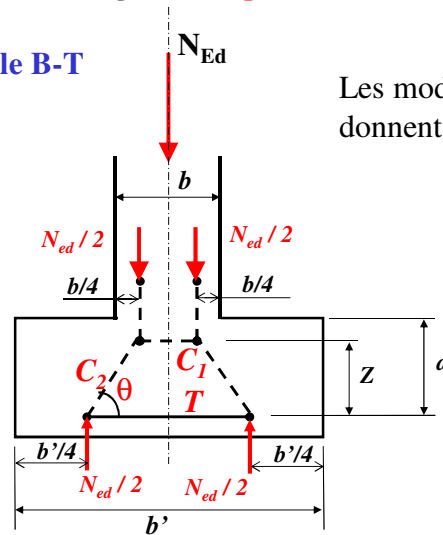
### 3. Application aux semelles superficielles

Semelle **rigide** sous charge de **compression centrée**

Modèle B-T

Les modèles élastiques donnent  $Z \approx 0,95.d$

(idem dans les deux directions pour une semelle ponctuelle)



245

### 3. Application aux semelles superficielles

#### 3.1 Justification du nœud sous la charge

Nœud en compression sans tirant

$$\sigma_c = \frac{C_1}{Y_0 \times 1m} \leq \sigma_{Rd, \max} = \nu' f_{cd}$$

Or à l'équilibre du nœud, on peut écrire :

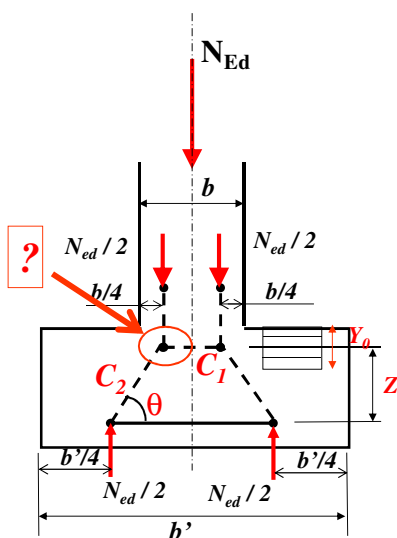
$$\sin \theta = \frac{N_{Ed}/2}{C_2} \quad \text{et} \quad \cos \theta = \frac{C_1}{C_2}$$

et d'un point de vue géométrique :

$$\tan \theta = \frac{Z}{\frac{b' - b}{4}}$$

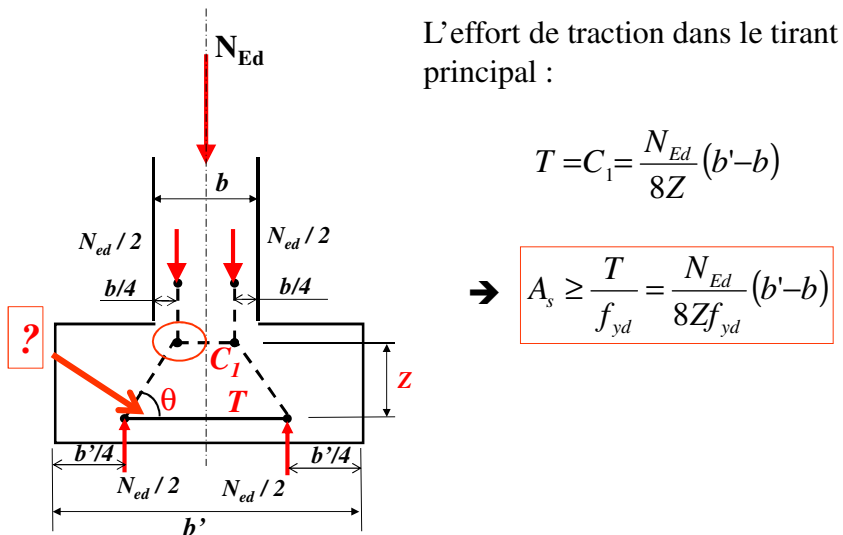
et  $Y_0$  tel que :  $Z = d - Y_0/2$

246



### 3. Application aux semelles superficielles

#### 3.2 Armatures inférieures



247

### 3. Application aux semelles superficielles

#### 3.3 Justification des bielles

Dans le cas des semelles superficielles, la vérification des contraintes dans les bielles de béton comprimées n'est pas requise en raison du confinement important de ces bielles par le volume de béton de la semelle.

Ce confinement justifie également l'absence d'armatures secondaires

248

### 3. Application aux semelles superficielles

Semelle **semi-rigide** sous charge de *compression centrée*

Si  $h \leq (b' - b)/2 \leq 3h \rightarrow$  semelle semi-rigide  $\rightarrow$  interpolation entre la méthode B-T et la méthode par flexion

#### Méthode par flexion :

1. Calcul du moment fléchissant dans la section d'encastrement de la semelle sur le mur ou le poteau
2. Dimensionnement 'type poutre' : détermination des armatures par la méthode utilisée en flexion simple

249

### 3. Application aux semelles superficielles

Semelle **semi-rigide** sous charge de *compression centrée*

Interpolation entre la méthode B-T et la méthode par flexion  
*proportionnellement à la raideur relative des deux modèles :*

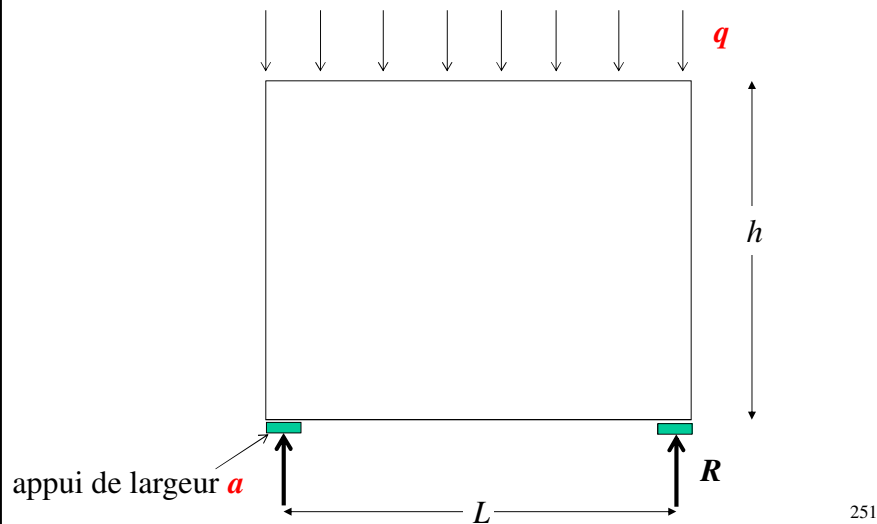
$$A_s = (1 - \lambda)A_{sBT} + \lambda A_{sflex}$$

avec : 
$$\lambda = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{b' - b}{2h} \right) - 1 \right]$$

250

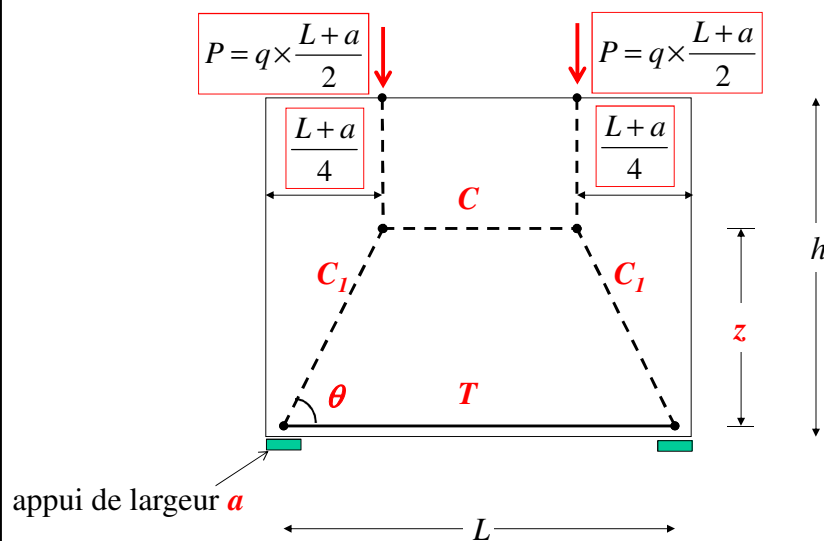
## 4. Application aux poutres voiles

**Exemple :** Poutre-voile isostatique avec chargement en partie supérieure



251

## 4. Application aux poutres voiles



252

## 4. Application aux poutres voiles

Le bras de levier  $z$  dépend de l'élancement de la poutre-voile  $L/h$  :

$$\begin{array}{ll} z = 0,6.L & \text{pour } L/h \leq 1 \\ z = 0,54.h + 0,06.L & \text{pour } 1 \leq L/h \leq 2 \\ z = 2/3.h & \text{pour } 2 \leq L/h \leq 3 \end{array}$$

La position du tirant par rapport à la sous-face peut prendre la valeur de :

$$e = 0,075.h \text{ pour } h < L$$

$$e = 0,075.L \text{ pour } h > L$$

D'autres modélisations sont données dans Dimensionnement des constructions selon l'Eurocode 2 à l'aide des modèles Bielles et Tirants, J-L. Bosc, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées.

## 4. Application aux poutres voiles

*A partir de cette modélisation, il faut :*

1. vérifier la compression dans les bielles de béton,
2. dimensionner les armatures pour reprendre l'effort dans le tirant et les tirants secondaires pour éviter le fendage des bielles de béton,
3. vérifier les nœuds du treillis.

*Aciers mini et dispositions constructives :*

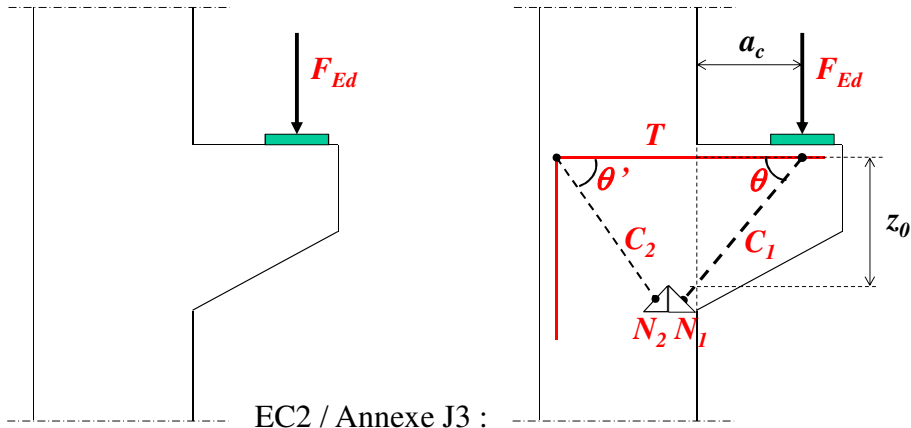
EC2, 9.7 :  $A_{s,dbmin} = \max[0,1\%.A_c; 1,5 \text{ cm}^2/m]$  sur chaque face et dans les 2 directions

espacement entre 2 barres de la maille :  $s_t \leq \min[2.e_{voile}; 300 \text{ mm}]$



## 5. Application aux consoles courtes

Modélisation de l'ensemble poteau – console courte :

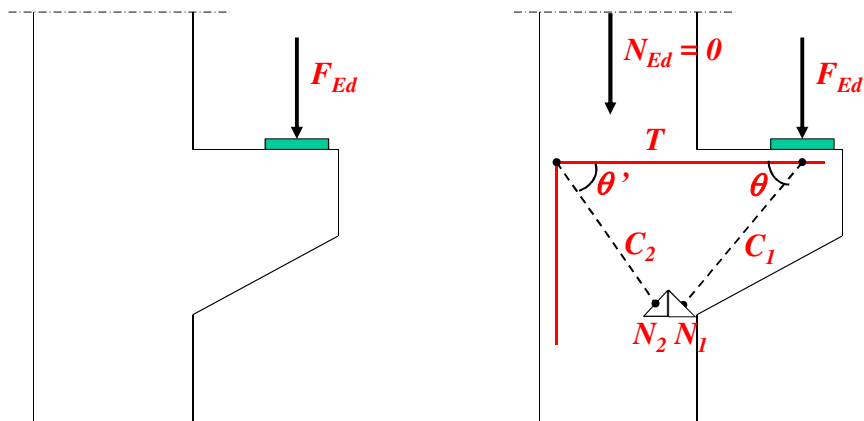


1. ce modèle est utilisable si  $a_c < z_0$
2.  $\theta$  est tel que :  $1,0 \leq \tan \theta \leq 2,5$

255

## 5. Application aux consoles courtes

Modélisation de l'ensemble poteau – console courte :

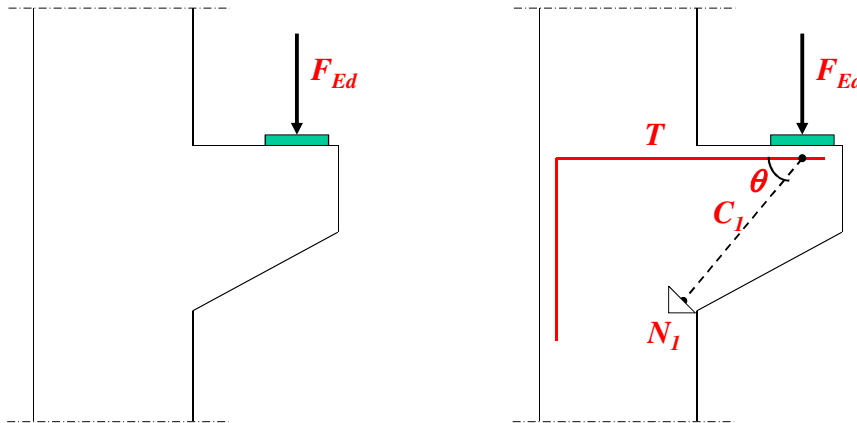


La présence d'un effort  $N_{Ed}$  non négligeable dans le poteau modifiera la modélisation du treillis.

256

## 5. Application aux consoles courtes

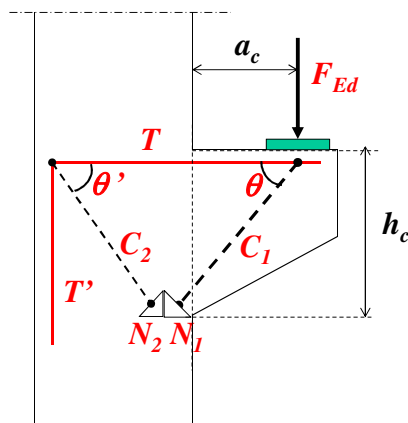
Dimensionnement de la console courte :



Vérifications du nœud  $N_1$ , de la compression dans la bielle  $C_1$  et dimensionnement du tirant principal  $T$  et des tirants secondaires de la bielle  $C_1$

## 5. Application aux consoles courtes

EC2 / Annexe J3 : dispositions constructives



Si  $a_c < 0,5.h_c$  : il faut prévoir des cadres **horizontaux** ( $\Sigma A_{s,ink}$ ) en plus des aciers de traction dimensionner avec  $T$  ( $A_{main}$ ), répartis sur toute la hauteur de la console :

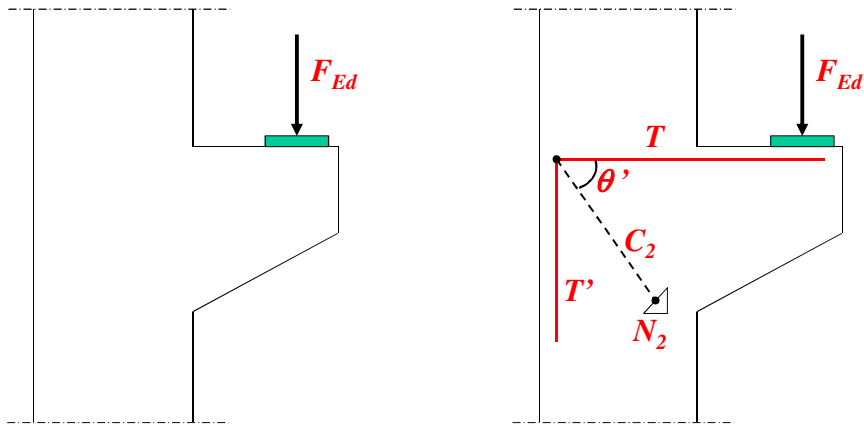
$$\Sigma A_{s,ink} \geq 0,25 A_{main}$$

Si  $a_c > 0,5.h_c$  et  $F_{Ed} > V_{ed}$  : il faut prévoir des cadres **verticaux** ( $\Sigma A_{s,ink}$ ) en plus des aciers de traction dimensionner avec  $T$  ( $A_{main}$ ), répartis sur toute la hauteur de la console :

$$\Sigma A_{s,ink} \geq 0,5 \frac{F_{Ed}}{f_{yd}}$$

## 5. Application aux consoles courtes

Modélisation de la liaison avec le poteau :



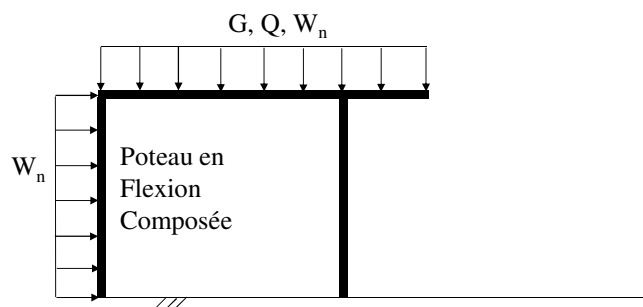
Vérifications du nœud  $N_2$ , de la compression dans la bielle  $C_2$  et dimensionnement des tirants secondaires de la bielle  $C_2$

259

# Flexion Composée et Flambement

261

## Introduction



**Poutre (ou poteau) sollicitée en flexion composée si le torseur des contraintes généralisées se réduit à :  $N(x)$ ,  $M(x)$  et  $V(x)$**

Convention :  $N(x) > 0$  pour compression  
 $N(x) < 0$  pour traction

262

## Flexion Composée

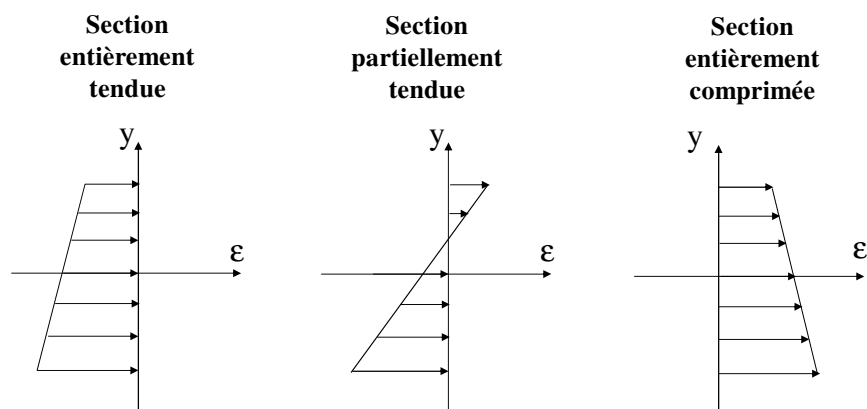
### PLAN

1. Déformations dans la section
2. Longueur de flambement et élancement
3. Excentricité de calcul
4. Flambement
5. Bilan
6. Section entièrement tendue
7. Section partiellement tendue
8. Section entièrement comprimée

263

## 1. Déformations dans la section

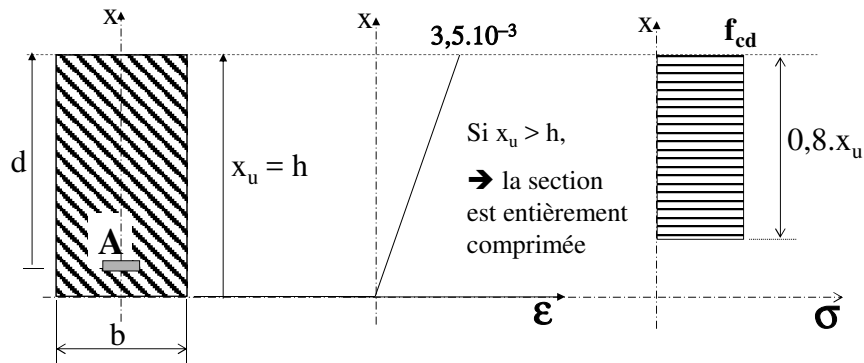
**3 cas de Flexion Composée peuvent être distingués**



264

## 1. Cas d'une section en BA

A l'ELU,  $N_{Ed}$  est un **effort de compression**, étudions le cas limite où  $x_u = h$  (poutre sans acier comprimé)



Pour une section rectangulaire et si  $x_u = h$ , l'équilibre des moments par rapport aux aciers tendus s'écrit :

$$M_{BC} = 0,8hb f_{cd} (d - 0,4h)$$

## 1. Cas d'une section en BA

On peut donc définir :  $\mu_{BC} = \frac{M_{BC}}{b d^2 f_{cd}} = 0,8 \frac{h}{d} \left( 1 - 0,4 \frac{h}{d} \right)$

Si le **moment réduit de la section calculé au centre de gravité des aciers tendus**  $\mu_{uA}$  est tel que :

$$\mu_u^A = \frac{M_{Ed}^A}{b d^2 f_{cd}} \leq \mu_{BC}$$

→  $x_u \leq h$  alors la section est partiellement tendue  
 sinon la section est entièrement comprimée

(avec  $M_{Ed}^A$ , moment fléchissant ultime par rapport aux aciers tendus)

## 1. Cas d'une section en BA

Remarques :

- $\mu_{BC}$  : fonction de la géométrie de la poutre  
 $\mu_u^A$  : fonction de la géométrie de la poutre et du chargement (excentricité et effort normal)
- Un raisonnement similaire peut être mené à l'ELS, en prenant en compte la linéarité des contraintes le long de la section.

267

## 1. Cas d'une section en BA

A l'ELU (et à l'ELS), si **N est un effort normal de traction** :

Si C est à l'intérieur des traces des armatures c'est-à-dire :

$$-\left(d - \frac{h}{2}\right) \leq e_0 \leq \frac{h}{2} - d'$$

➔ la section est entièrement tendue

Sinon, elle est partiellement tendue.

268

# 1. Déformations dans la section

Prise en compte des déformations à long terme : **Fluage**

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}}$$

$\varphi(\infty, t_0)$  : valeur finale du coefficient de fluage

$M_{0Ed}$  : moment du 1er ordre en combinaison quasi permanente à l'ELS

$M_{0Ed}$  : moment du 1<sup>er</sup> ordre en combinaison de calcul ELU

269

## Calcul de $\varphi(\infty, t_0)$

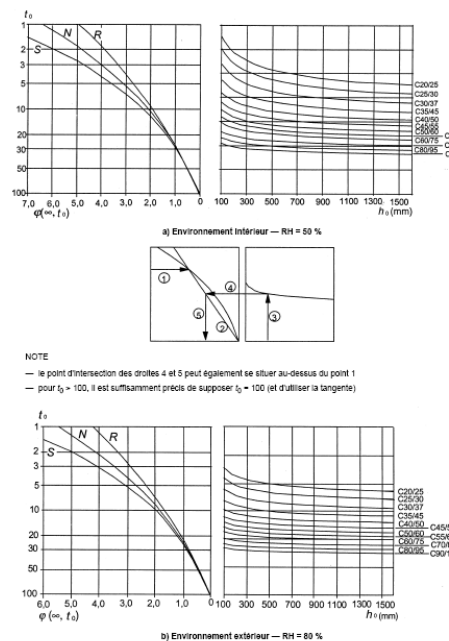
$t_0$  : âge du béton au moment du chargement, en jours

$h_0$  : rayon moyen =  $2A_c / u$ , où  $A_c$  est l'aire de la section transversale du béton et  $u$  le périmètre de la partie exposée à la dessiccation

Classe R : CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R

Classe N : CEM 32,5 R, CEM 42,5 N

Classe S : CEM 32,5 N

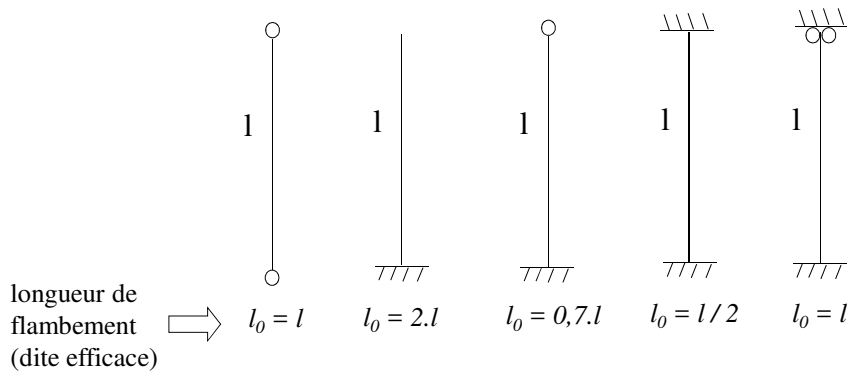




## 2. Longueur de flambement et élancement

### En compression, risque de flambement :

Pour des éléments isolés (pas de rôle de contreventement)



271

## 2. Longueur de flambement et élancement

### Longueurs de flambement :

- Structure contreventée

$$l_0 = 0,5.l \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

- Structure non contreventée

$$l_0 = l \cdot \max \left[ \sqrt{\left(1 + 10 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right]$$

avec  $k_1$  et  $k_2$ , les coefficients de souplesses des deux encastremements partiels du poteau

$$k = \frac{\theta}{M} \frac{EI}{l}$$

avec  $\theta$  : rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant  $M$

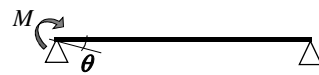
$EI$  et  $l$ , la rigidité en flexion et la longueur de l'élément comprimé (s'il y a un élément comprimé adjacent dans un nœud, il faut remplacer  $EI/l$  par la somme des  $EI/l$  des 2 poteaux)

272

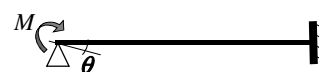
## 2. Longueur de flambement et élancement

$$k = \frac{\theta}{M} \frac{EI}{l} \quad \text{avec } \theta: \text{rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant } M$$

Le rapport  $M / \theta$  dépend de la nature de la liaison au niveau de l'appui opposé à celui étudié :



$$\rightarrow M = \frac{3EI}{l} \theta$$

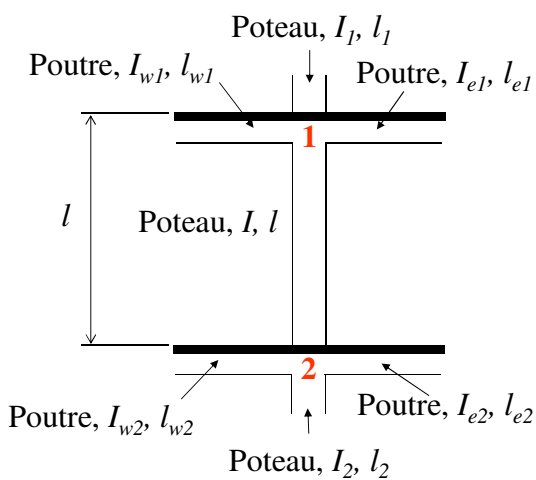


$$\rightarrow M = \frac{4EI}{l} \theta$$

273

## 2. Longueur de flambement et élancement

**Longueurs de flambement :**



$$k_1 = \frac{I_1 / l_1 + I / l}{\alpha_{w1} I_{w1} / l_{w1} + \alpha_{e1} I_{e1} / l_{e1}}$$

$$k_2 = \frac{I_2 / l_2 + I / l}{\alpha_{w2} I_{w2} / l_{w2} + \alpha_{e2} I_{e2} / l_{e2}}$$

avec :

$\alpha_w$  ou  $\alpha_e = 4$  si l'autre appui de la poutre est un encastrement  
ou  $3$  si c'est un appui simple

Rem. : Il faut tenir compte de la fissuration dans la rigidité des éléments s'opposant à la déformation.

274

## 2. Longueur de flambement et élançement

Élançement d'un élément :  $\lambda = \frac{l_0}{i}$

avec  $l_0$  : longueur de flambement (m),

$i$  : rayon de giration (m).

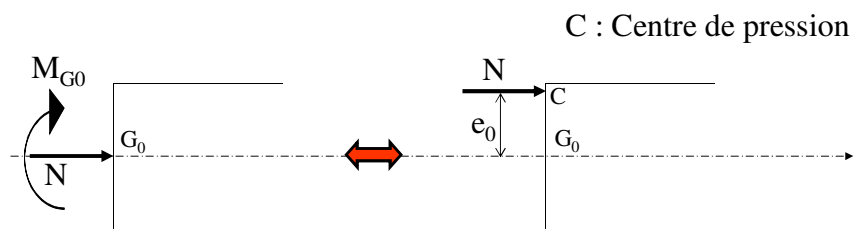
$$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$$

avec  $I$  : Inertie de l'élément dans le plan de flambement (m<sup>4</sup>),  
 $B$  : Section de l'élément (m<sup>2</sup>).

275

## 3. Excentricité

Définition :  $e_0$  : excentricité de l'effort par rapport au Centre de Gravité de la section de béton seul



$$e_0 = \frac{M_{G0}}{N}$$

276

### 3. Excentricité de calcul

**EC2 : En Flexion Composée avec Compression :**

$$e = e_0 + e_i + e_2$$

avec  $e$  : excentricité à prendre en compte dans les calculs,  
 $e_0$  : excentricité de la résultante des contraintes normales,  
 $e_i$  : excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution),  
 $e_2$  : excentricité due aux effets du second ordre, liés à la déformation de la structure.

$$e_0 + e_i \geq \max\left(2\text{cm}; \frac{h}{30}\right) \quad \text{avec } h : \text{la hauteur de la section}$$

277

### 3. Excentricité de calcul

EC2 5.2 et 6.1(4) :

$e_i$  : excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution),

**Cas d'un élément isolé** (pas de rôle de contreventement, sinon prise en compte d'un effort transversal supplémentaire cf. EC2 5.2)

$$e_i = \theta_i \cdot l_0 / 2$$

avec :  $\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$

$$\theta_0 = 1 / 200$$

$$\alpha_h = 2 / \sqrt{l} \quad \text{compris entre } 2/3 \text{ et } 1 \quad (l : \text{la longueur de l'élément})$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1+1/m)} \quad m = 1 \text{ pour un poteau isolé (poteau n'appartenant pas au système de contreventement)}$$

$l_0$  : la longueur de flambement ou longueur efficace de l'élément

278

### 3. Excentricité de calcul

1. Les effets du 2<sup>nd</sup> ordre peuvent être négligés s'ils sont inférieurs à 10 % des effets du 1<sup>er</sup> ordre correspondants (EC2 5.8.2)
2. Pour un élément isolé, les effets du 2<sup>nd</sup> ordre (flambement) peuvent être négligés si l'élancement :

$$\lambda < \lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

avec :

$$A = \frac{1}{1 + 0,2\phi_{ef}} \quad \phi_{ef} \text{ pour la prise en compte du fluage, } A = 0,7 \text{ si } \phi_{ef} \text{ est inconnu}$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad B = 1,1 \text{ si } \omega \text{ est inconnu}$$

$$C = 1,7 - r_m \quad \text{en général } r_m = 1 \text{ cf. EC2}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$$

279

### 4. Flambement

EC2 recommande trois méthodes :

- la **méthode générale** basée sur une analyse non linéaire au 2<sup>nd</sup> ordre (méthode itérative, plutôt destinée à être informatisée)
- une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre basée sur **l'évaluation de la rigidité** du poteau (utilisation pour des éléments isolés ou pour la structure complète)
- une méthode basée sur une **évaluation de la courbure** (utilisation pour des éléments isolés à effort normal constant)

280

## 4. Flambement

### *Méthode de la rigidité nominale*

#### 1. Calcul de la rigidité nominale

$$EI = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s$$

$E_{cd}$  : module d'élasticité du béton  $E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} \quad \gamma_{cE} = 1,2 \text{ (AN)}$

$E_s$  : module d'élasticité de l'acier (200000 MPa)

$I_c$  et  $I_s$  : moment d'inertie de la section droite du béton et de l'acier par rapport au centre de la section de béton

$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \varphi_{ef}} \quad k_1 = \sqrt{\frac{f_{ctk}}{20}} \quad k_2 = \frac{n\lambda}{170} \leq 0,20 \quad n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad K_s = 1$$

$\lambda$  : élancement du poteau

281

## 4. Flambement

### *Méthode de la rigidité nominale*

#### 2. Calcul de la majoration des moments (prise en compte du flambement)

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right]$$

$M_{0Ed}$  : moment dû 1<sup>er</sup> ordre (y compris les effets des imperfections géométriques)

$N_B$  : charge de flambement calculée avec la rigidité nominale (cd. 1.)  $N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$

$N_{Ed}$  : effort normal agissant

**a)** Pour un élément isolé de section constante et effort normal constant

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad c_0 : \text{coefficient dépendant de la distribution du moment fléchissant du 1<sup>er</sup> ordre (cf. tableau ci-dessous)}$$

**b)** Pour les autres cas,  $\beta = 1$  'constitue normalement une simplification raisonnable'

| Pour un moment | Constant | Parabolique | Triangulaire symétrique |
|----------------|----------|-------------|-------------------------|
| $c_0 =$        | 8        | 9,6         | 12                      |

282

## 4. Flambement

*Méthode de la courbure nominale*

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + N_{Ed} \cdot e_2$$

$M_{0Ed}$  : moment dû 1<sup>er</sup> ordre (y compris les effets des imperfections géométriques)

$N_{Ed}$  : effort normal agissant

$$e_2 = \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{c}$$

En général, pour une section constante  $c = 10$  sauf si le moment est constant, prendre  $c = 8$ .

Dans le cas des éléments de section droite constante et symétrique (ferraillage compris), la courbure est égale à :

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_0}$$

283

## 4. Flambement

*Méthode de la courbure nominale*

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_0}$$

**avec :**  $K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1$        $n_u = 1 + \omega$        $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$

$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$        $n_{bal} = 0,4$

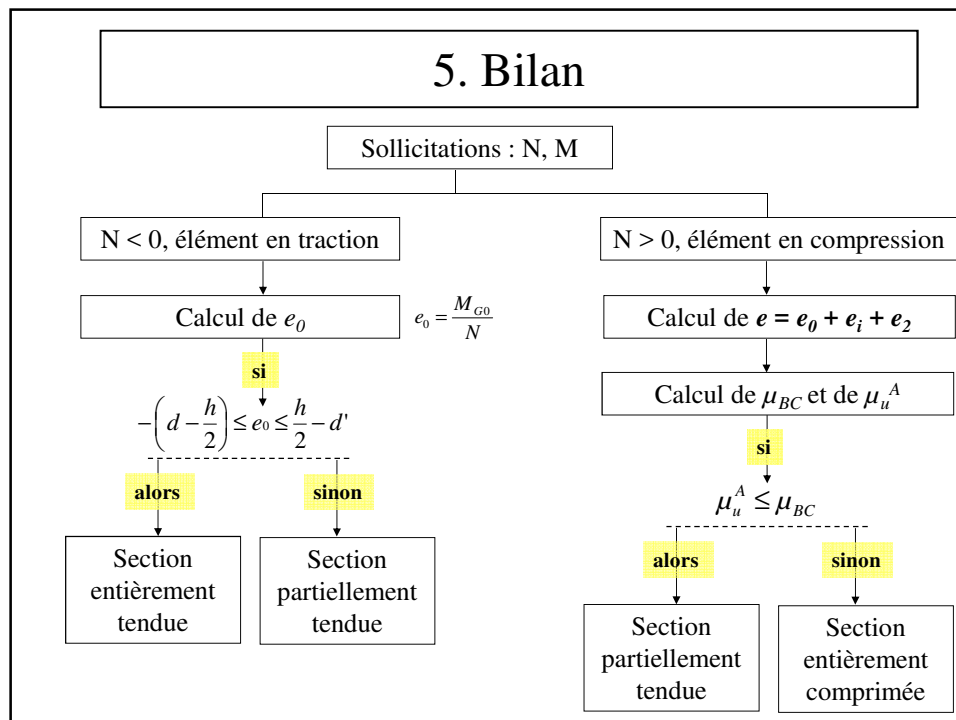
$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1$        $\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{f_{yd}}{0,45 \cdot d \cdot E_s}$$

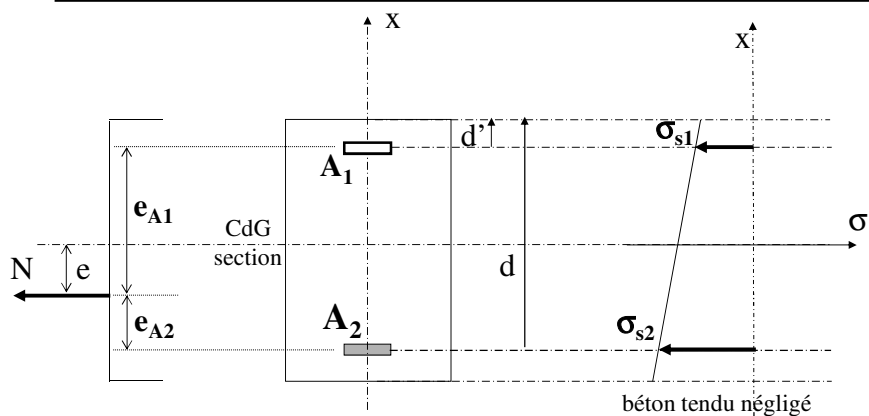
Si toutes les armatures ne sont pas concentrées sur les faces opposées, mais qu'une partie est placée parallèlement au plan de flexion,  $d$  est égal à :

$$d = 0,5h + i_s \quad i_s = \sqrt{\frac{I_s}{A_s}}$$

## 5. Bilan



## 6. Section entièrement tendue



Équilibres des moments s'exerçant sur la section :

en  $A_1$  :

$$A_2 = \frac{N \cdot e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) \sigma_{s2}}$$

en  $A_2$  :

$$A_1 = \frac{N \cdot e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) \sigma_{s1}}$$



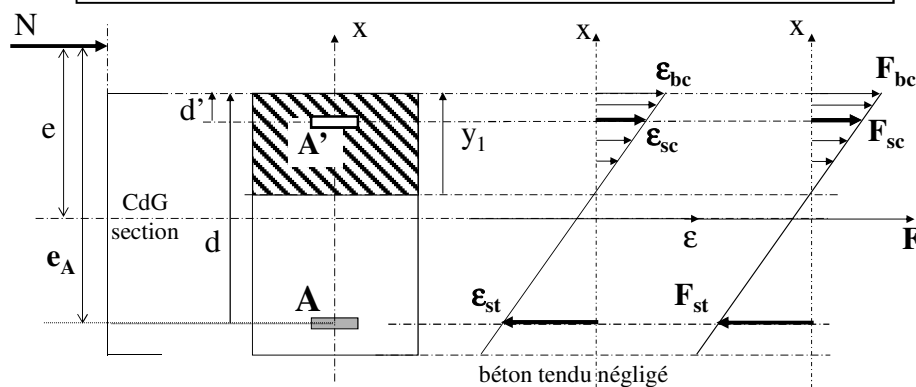
## 6. Section entièrement tendue

A l'ELU, on prend  $\sigma_{s2}$  et  $\sigma_{s1}$  égales à  $f_{yd}$ , d'où :

$$A_1 = \frac{N_{Ed} \cdot e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) f_{yd}} \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{N_{Ed} \cdot e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) f_{yd}}$$

287

## 7. Section partiellement tendue



Équilibre de la section au centre de gravité des aciers tendus :

$$\begin{cases} F_{bc} - F_{st} + F_{sc} = N \\ M_{bc} + M_{sc} = M_A = e_A \cdot N \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_{bc} - A \cdot \sigma_{st} + A' \cdot \sigma_{sc} = N \\ F_{bc} \cdot z_b + A' \cdot \sigma_{sc} \cdot (d - d') = M_A \end{cases}$$

avec  $z_b$  : bras de levier entre le béton comprimé et le centre de gravité des aciers tendus

## 7. Section partiellement tendue

Équilibre de la section au centre de gravité des aciers tendus :

$$\text{en A} \begin{cases} F_{bc} - \left( A + \frac{N}{\sigma_{st}} \right) \sigma_{st} + A' \cdot \sigma_{sc} = 0 \\ F_{bc} \cdot z_b + A' \cdot \sigma_{sc} \cdot (d - d') = M_A \end{cases}$$

ce qui peut s'écrire :

$$\text{en A} \begin{cases} F_{bc} - \underline{a} \cdot \sigma_{st} + \underline{a}' \cdot \sigma_{sc} = 0 \\ F_{bc} \cdot z_b + \underline{a}' \cdot \sigma_{sc} \cdot (d - d') = M_A \end{cases}$$

ce qui revient à un problème de flexion simple à l'ELS ou à l'ELU, pour une section soumise à  $M_A$  et munie des armatures  $\underline{a}'$  en compression et  $\underline{a}$  en traction, avec :

$$\begin{cases} A' = a' \\ A = a - \frac{N}{\sigma_{st}} \end{cases}$$

289

## 7. Section partiellement tendue

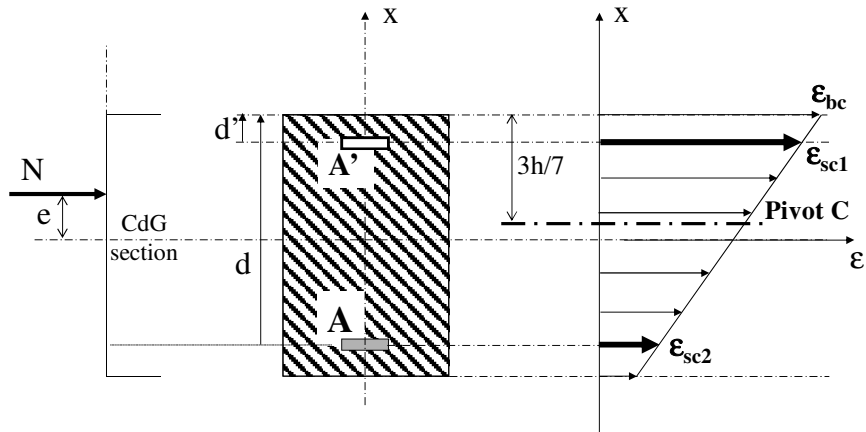
Principe :

- Calculer le moment  $M_A$  à l'ELU ou à l'ELS par rapport aux aciers tendus,
- Calculer les sections  $\underline{a}$  et  $\underline{a}'$  (calcul classique de Flexion Simple),
- En déduire les sections nécessaires en Flexion Composée,

$$\begin{cases} A' = a' \\ A = a - \frac{N}{\sigma_{st}} \end{cases} \quad (N \text{ en valeur algébrique})$$

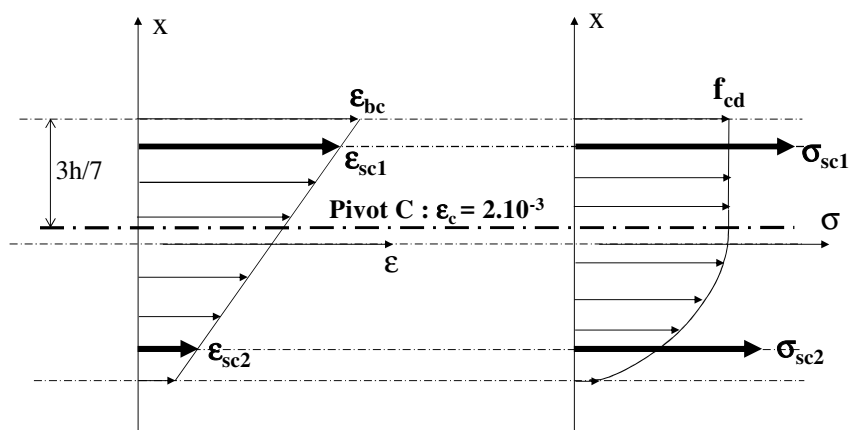
290

## 8. Section entièrement comprimée



291

## 8. Section entièrement comprimée

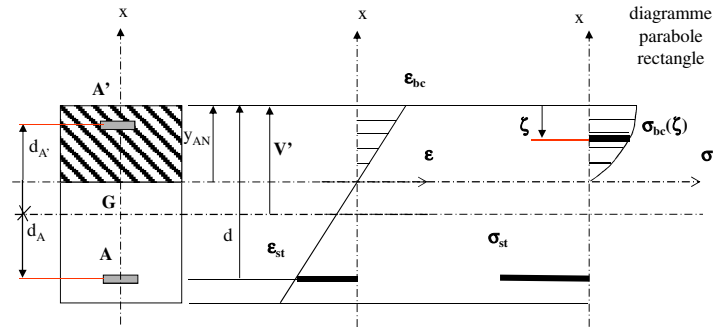


Dans le cas où la section est entièrement comprimée, le BAEL ne permet pas d'utiliser le diagramme simplifié, il faut donc calculer la résultante et le moment dus au béton comprimé en intégrant le diagramme parabole-rectangle, la résolution est complexe → utilisation de diagramme d'interaction

## 8. Section entièrement comprimée

### Diagramme d'interaction :

Pour une section rectangulaire soumise à un **chargement quelconque**



L'équilibre de la section en G centre de gravité de la section de béton seul s'écrit alors :

$$\begin{cases} N = - \int_0^{x_{AN}} b \cdot \sigma_{bc}(\zeta) d\zeta \pm A' \sigma_{sc} \pm A \sigma_{st} \\ M_G = \int_0^{x_{AN}} b \cdot \sigma_{bc}(\zeta) (v' - \zeta) d\zeta \pm A' \sigma_{sc} d_{A'} \pm A \sigma_{st} d_A \end{cases} \rightarrow \text{Diagramme d'interaction}$$

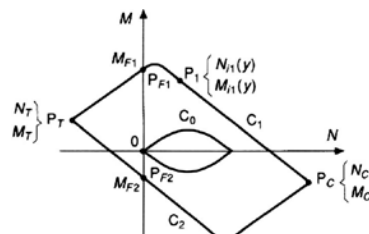
293

## 8. Section entièrement comprimée

### Diagramme d'interaction :

$$\begin{cases} N = - \int_0^{x_{AN}} b \cdot \sigma_{bc}(\zeta) d\zeta \pm A' \sigma_{sc} \pm A \sigma_{st} \\ M_G = \int_0^{x_{AN}} b \cdot \sigma_{bc}(\zeta) (v' - \zeta) d\zeta \pm A' \sigma_{sc} d_{A'} \pm A \sigma_{st} d_A \end{cases}$$

Un point P ayant pour coordonnées (N,M) décrirait dans un repère orthonormé (N,M) une courbe généralement convexe appelée **diagramme d'interaction**



C<sub>0</sub> section sans armatures  
P<sub>c</sub> compression simple  
P<sub>F1</sub>, P<sub>F2</sub> flexion simple  
P<sub>T</sub> traction simple

294

(Figure tirée de la version Internet des Techniques de l'Ingénieur – Chapitre de J. Perchat)

## 8. Section entièrement comprimée

### Diagramme d'interaction :

pour  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

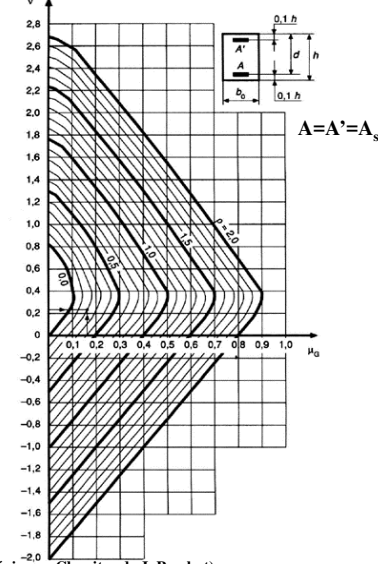
Pour le dimensionnement, on définit :

$$\nu = \frac{N}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \mu = \frac{M_G}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\rho = \frac{2 \cdot A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Pour une poutre de section rectangulaire (de section  $A_c$ ), on calcule  $\nu$  et  $\mu$  et on déduit du diagramme d'interaction la valeur de  $A_s$  nécessaire à la résistance de la section

Exemple de diagramme d'interaction pour acier de nuance feE500 à l'ELU (avec  $A=A'$  – cage d'armature symétrique)



(Figure tirée de la version Internet des Techniques de l'Ingénieur – Chapitre de J. Perchat)

# Calcul des flèches

297

## Calcul des flèches

### PLAN

1. Dispenses de vérification
2. Méthodes Eurocode 2
3. Recommandations professionnelles
4. Vérifications des flèches

298

## 1. Dispenses de vérification (EC2 7.4.2)

Pas de nécessité de vérifier la flèche si :

$$\rho \leq \rho_0 \quad \rightarrow \quad \frac{l}{d} < K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \times \frac{310}{\sigma_s}$$

$$\rho > \rho_0 \quad \rightarrow \quad \frac{l}{d} < K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \times \frac{310}{\sigma_s}$$

avec :  $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$

$$\rho = \frac{A}{bh}$$

$$\rho' = \frac{A'}{bh}$$

| Système structural                                                                                                                                                    | K   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions                                                                               | 1,0 |
| Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions | 1,3 |
| Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions                                                                                  | 1,5 |
| Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) – pour la portée la plus longue                                                                                     | 1,2 |
| Console                                                                                                                                                               | 0,4 |

## 2. Méthodes Eurocode 2 (EC2 7.4)

Deux méthodes sont proposées par l'EC2 :

1. Calcul de la courbure dans un grand nombre de sections le long de la poutre (méthode la plus rigoureuse)
2. Calcul de la flèche ( $w$ ) par interpolation entre la flèche calculée en supposant l'élément non fissuré ( $w_h$ ) et la flèche calculée en supposant l'élément fissuré ( $w_e$ ) (méthode suffisante dans la plupart des cas)

## 2. Méthodes Eurocode 2 (EC2 7.4)

Le calcul de la flèche par interpolation est effectué par la formule suivante :

$$w = w_e \zeta + w_h (1 - \zeta)$$

Avec :

$\zeta$  : coefficient de distribution (pour tenir compte de la participation du béton tendu dans la section), en flexion simple :

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

$\beta$  : coefficient de prise en compte de la durée du chargement (= 1 pour un chargement unique de courte durée, ou 0,5 pour un chargement prolongé ou un grand nombre de cycles de chargement)

$M_{cr}$  : moment de fissuration de la section

$M$  : moment dans la section et  $\zeta = 0$  si  $M_{cr} > M$

## 3. Recommandations professionnelles

La méthode 2 est recommandée par les recommandations 'pro' françaises en ajoutant :

- il existe un élément fragile (cloison, carrelages...) pour lequel la flèche est nuisible → ce qui justifie le calcul
- coefficient d'équivalent acier/béton,  $n = 15$
- à défaut de justification particulière, le coefficient de fluage  $\Phi = 2$

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{E}_v = \phi \cdot \mathcal{E}_i & \rightarrow & E_v = \frac{E_i}{(\phi + 1)} \\ \swarrow \quad \searrow & & \\ \text{déformations différées} & & \text{déformations instantanées} \end{array}$$



### 3. Recommandations professionnelles

- on néglige les effets de la température et du retrait (sauf pour le cas de la précontrainte)
- pour des poutres continues, la flèche peut être calculée par la formule simplifiée

$$w = \frac{M_i L^2}{10EI}$$

avec  $M_i$  moment maximum en travée

- $M_{cr}$  : moment qui conduit à la contrainte de traction  $f_{ctm,fl}$  dans la section droite homogénéisée

$$f_{ctm,fl} = \max \left( \left( 1,6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm} ; f_{ctm} \right)$$

$h$  : hauteur totale de l'élément en mm

$f_{ctm}$  : résistance moyenne en traction directe

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$$

pour béton < C50/60

### 4. Vérifications des flèches

#### 4 charges principales :

**p** poids propre de l'élément en béton armé

**c** poids propre des éléments fragiles apportés sur le béton

**r** poids propre rapporté après montage des éléments fragiles

**s** charge d'exploitation

#### 4. Vérifications des flèches

a – **Calcul de la flèche totale** ( $w_t$ ) → chargement =  $p + c + r + s$   
(prendre  $E_v$  pour  $p+c+r$  et  $E_i$  pour  $s$  ← la rupture des éléments fragiles  
risque d'arriver quand la charge instantanée commence à agir)

b – **Calcul de la flèche juste après mise en œuvre des éléments fragiles** ( $w_d$ ) → chargement  $p + c$

*Rem.* : Cette flèche sera différente si les éléments fragiles sont mis en place juste après le décoffrage ( $w_{di}$ ) –  $E_i$  pour ' $p + c$ ' – ou longtemps après ( $w_{dv}$ ) –  $E_v$  pour ' $p$ ' et  $E_i$  pour ' $c$ ' + possibilité d'avoir des valeurs intermédiaires entre 'juste après' et 'longtemps après' → cf. exemple)

c – **Calcul de la flèche nuisible** =  $w_t - w_d$  (ce qui risque de faire casser les éléments fragiles c'est la flèche supplémentaire qu'ils connaissent alors qu'ils sont fixés).

305

#### 4. Vérifications des flèches

d – Comparer la flèche nuisible à la **flèche limite** :

S'il n'y a pas de prescriptions particulières, la flèche limite peut être déterminée par (avec  $l$  : portée entre nus) :

$$\text{Si } l \leq 7m \rightarrow w_{\text{lim}} = \frac{l}{500}$$

$$\text{Si } l > 7m \rightarrow w_{\text{lim}} = 1,4 + \frac{(l - 7m)}{1000}$$

306